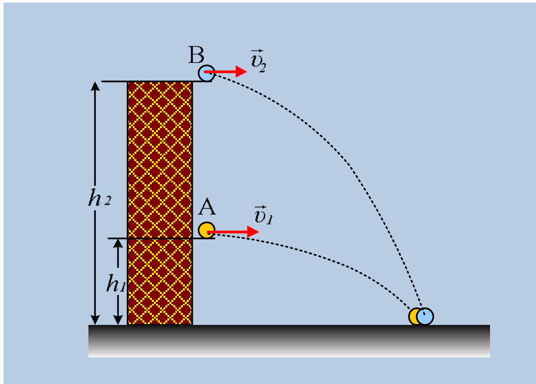
Οι μπάλες φτάνουν ταυτόχρονα



Δυο όμοιες μπάλες εκτοξεύονται οριζόντια από δυο σημεία Α και Β τα οποία βρίσκονται σε ύψη h_1 και h_2, στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Οι μπάλες φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος και στο ίδιο σημείο.

i) Για τη χρονική στιγμή εκτόξευσης κάθε μπάλας ισχύει:

α) Πρώτα εκτοξεύθηκε η μπάλα στη θέση Α.

β) Πρώτα εκτοξεύθηκε η μπάλα στη θέση Β.

γ) Οι δυο μπάλες εκτοξεύθηκαν ταυτόχρονα.

ii) Αν $h_2=4h_1$ οι αρχικές ταχύτητες εκτόξευσης ικανοποιούν τη σχέση:

α) $\upsilon_1= ½\, \upsilon_2$, β) $\upsilon_1= \upsilon_2$, γ) $\upsilon_1=2\upsilon_2$, δ) $\upsilon_1= 4\upsilon_2$.

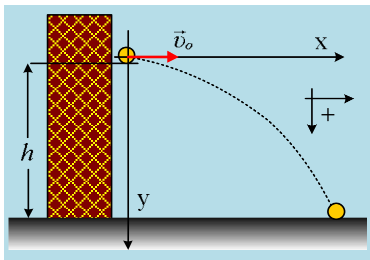
iii) Αν $\frac{dK_1}{dt}$ ο τελικός ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της πρώτης μπάλας και $\frac{dK_2}{dt}$ ο αντίστοιχος ρυθμός της δεύτερης μπάλας, ισχύει:

α) $\frac{dK_1}{dt} < \frac{dK_2}{dt}$ β) $\frac{dK_1}{dt} = \frac{dK_2}{dt}$ γ) $\frac{dK_1}{dt} > \frac{dK_2}{dt}$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Απάντηση:



Για μια μπάλα που εκτοξεύεται οριζόντια, με βάση την αρχή της επαλληλίας, ισχύουν για τις κινήσεις στους άξονες x και y, που έχουν σημειωθεί στο διπλανό σχήμα:

Άξονας x	Άξονας y
$\upsilon_x=\upsilon_o$ (1)	$\upsilon_y=gt$ (3)
$x= \upsilon_o \cdot t$ (2)	$y= ½\, gt^2$ (4)

i) Αν λύσουμε την εξίσωση (4) ως προς t, θέτοντας y=h βρίσκουμε:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (5)$$

Από την σχέση αυτή συμπεραίνουμε ότι ο χρόνος πτώσης εξαρτάται από το ύψος. Αλλά τότε η μπάλα που εκτοξεύεται από το Β θα χρειαστεί περισσότερο χρόνο για να πέσει στο έδαφος, οπότε, για να φτάσει μαζί με την Α κάτω, θα πρέπει να εκτοξευθεί νωρίτερα. Σωστό το β)

ii) Με αντικατάσταση στην (5) έχουμε για τους χρόνους πτώσης:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \quad \text{και}$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = \sqrt{\frac{2{\cdot}4h_1}{g}} = 2\sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 2t_1$$

Αλλά τότε για τις οριζόντιες μετατοπίσεις, από την εξίσωση (2) παίρνουμε:

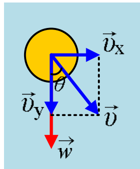
$$x = \upsilon_1 \cdot t_1 \;\; \kappa\alpha\iota \;\; x = \upsilon_2 \cdot t_2 \rightarrow$$

$$\upsilon_1 \cdot t_1 = \upsilon_2 \cdot 2t_1 \rightarrow$$

$$\upsilon_1 = 2\upsilon_2$$

Σωστό το γ)

iii) Για το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας μιας μπάλας που έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}$, όπως στο σχήμα, ισχύει:



$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{o\lambda}}{dt} = \frac{w \cdot ds \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}{dt} = mg \cdot \upsilon \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = mg \cdot \upsilon_y = mg^2 t$$

Οπότε, τη στιγμή που οι δυο μπάλες φτάνουν στο έδαφος, επειδή $t_2=2t_1$, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της μπάλας που εκτοξεύεται από το μεγαλύτερο ύψος, θα είναι διπλάσιος από τον αντίστοιχο ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της πρώτης μπάλας.

Σωστό το α)

dmargaris@gmail.com