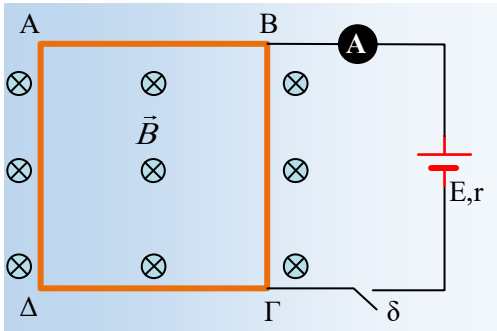
Η δύναμη σε ένα τετράγωνο πλαίσιο

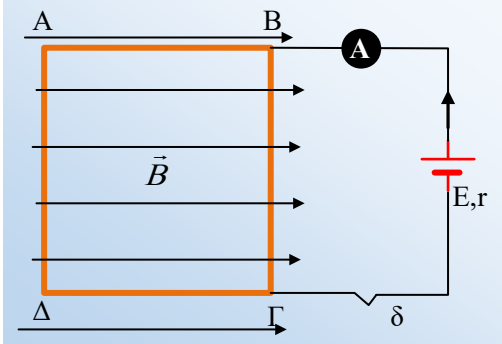
Με ένα ομογενές ισοπαχές σύρμα έχουμε κατασκευάσει ένα οριζόντιο τετράγωνο πλαίσιο ΑΒΓΔ, πλευράς α=1m, το οποίο συνδέουμε με μια πηγή ΗΕΔ Ε και εσωτερικής αντίστασης r, όπως στο σχήμα. Ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης Β=0,05Τ, είναι κάθετο στο επίπεδο του πλαισίου. Κλείνουμε το διακόπτη, οπότε το αμπερόμετρο δείχνει ένδειξη 8 Α.



i) Να βρεθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πλευρά ΒΓ του πλαισίου και την δύναμη που το μαγνητικό πεδίο ασκεί στην πλευρά αυτή.

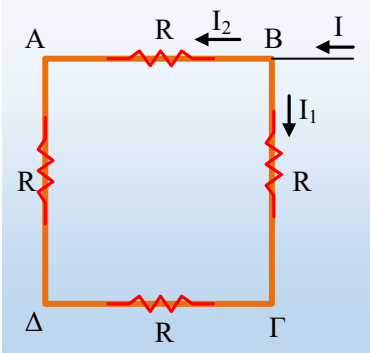
ii) Να βρεθεί η συνολική δύναμη που δέχεται το πλαίσιο από το μαγνητικό πεδίο.

iii) Να υπολογισθεί η δύναμη που θα δεχτεί κάθε πλευρά του πλαισίου στην περίπτωση που το μαγνητικό πεδίο γινόταν οριζόντιο με ένταση του ίδιου μέτρου και κατεύθυνση από το Α στο Β, όπως στο διπλανό σχήμα.



Απάντηση:

i) Από τη στιγμή που το πλαίσιο έχει κατασκευασθεί από ομογενές και ισοπαχές σύρμα, κάθε πλευρά του παρουσιάζει την ίδια αντίσταση R. Αλλά τότε η ένταση I του ρεύματος που διαρρέει την πηγή και το αμπερόμετρο, στην κορυφή Β διακλαδίζεται στις εντάσεις I_1, που διαρρέει την πλευρά ΒΓ και I_2 που διαρρέει το τμήμα ΒΑΔΓ. Έτσι αν η τάση μεταξύ των κορυφών Β και Γ είναι V, θα ισχύει:

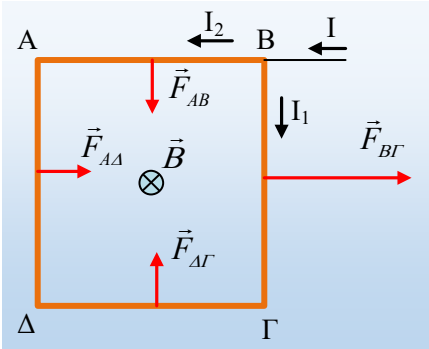


$$I_1 = \frac{V}{R_{B\Gamma}} = \frac{V}{R} \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{V}{R_{BA\Delta\Gamma}} = \frac{V}{3R} = \frac{1}{3}\frac{V}{R} = \frac{1}{3}I_1$$

Όμως από τον πρώτο κανόνα του Kirchhoff παίρνουμε:

$$I_1 + I_2 = I \rightarrow I_1 + \frac{1}{3}I_1 = I \rightarrow \frac{4}{3}I_1 = I \rightarrow$$

$$I_1 = \frac{3}{4}I = \frac{3}{4}\cdot 8A = 6A \quad \rightarrow I_2 = 2A$$



Αλλά τότε η πλευρά ΒΓ, δέχεται οριζόντια δύναμη Laplace κάθετη σε αυτήν, στο μέσον της με μέτρο:

$$F_L = F_{B\Gamma} = B\cdot I_1\cdot \ell = 0{,}05\cdot 6\cdot 1N = 0{,}3N$$

Η κατεύθυνση της οποίας, με την βοήθεια του κανόνα των τριών δακτύλων, βρίσκεται να είναι προς τα δεξιά, όπως στο παραπάνω σχήμα.

ii) Στο παραπάνω σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις στις πλευρές του τετραγώνου, όλες οριζόντιες. Για τα μέτρα των δυνάμεων Laplace στις πλευρές ΑΒ και ΓΔ έχουμε:

$$F_{AB}=F_{\Gamma\Delta}=B\cdot I_2\cdot \ell= B\cdot I_2\cdot \alpha =0,05\cdot 2\cdot 1N=0,1N$$

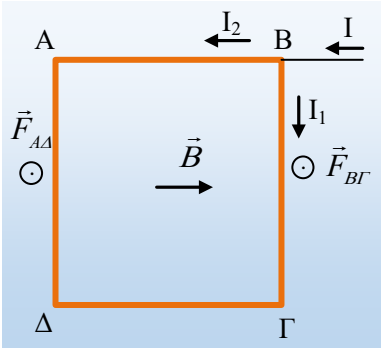
Αλλά τότε $\Sigma F_y=F_{\Gamma\Delta}-F_{AB}=0$, ενώ για την πλευρά ΑΔ έχουμε:

$$F_{A\Delta}=B\cdot I_2\cdot \ell=0,05\cdot 2\cdot 1N=0,1N$$

Αλλά τότε το τετράγωνο πλαίσιο δέχεται συνολική δύναμη προς τα δεξιά (ίδιας κατεύθυνσης με τις δυνάμεις $F_{B\Gamma}$ και $F_{A\Delta}$) με μέτρο:

$$\Sigma F= F_{B\Gamma} + F_{A\Delta}=0,3N+0,1N=0,4N$$

iii) Στην περίπτωση που το μαγνητικό πεδίο γινόταν οριζόντιο, οι πλευρές ΑΔ και ΒΓ του πλαισίου θα δεχόταν δυνάμεις κατακόρυφες, όπως στο σχήμα, ενώ οι δυο άλλες πλευρές δεν δέχονται δύναμη, αφού είναι παράλληλες στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Πράγματι:



$$F_{AB}=B\cdot I_2\cdot \alpha\cdot \eta\mu 180°=0 \quad \text{και } F_{\Delta\Gamma}=B\cdot I_2\cdot \alpha\cdot \eta\mu 0°=0$$

Για τις άλλες δύο πλευρές, έχουμε:

$$F_{A\Delta}=B\cdot I_2\cdot \alpha=0,05\cdot 2\cdot 1N=0,1N \text{ και}$$

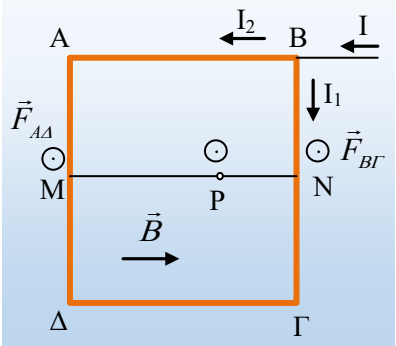
$$F_{B\Gamma}=B\cdot I_1\cdot \alpha=0,05\cdot 6\cdot 1N=0,3N$$

Σχόλιο

Αν θα θέλαμε τη συνισταμένη των δύο αυτών παραλλήλων δυνάμεων, θα μπορούσαμε, (με τη βοήθεια των ροπών) να βρίσκαμε μια κατακόρυφη δύναμη με μέτρο 0,4N, ο φορέας της οποίας περνά από το σημείο Ρ του ευθυγράμμου τμήματος ΜΝ, το οποίο συνδέει τα μέσα των ΑΔ και ΒΓ.

Θα ισχύει δε ότι (ΡΝ)= α/4…

Τα παραπάνω μπορούν να διδαχθούν σε μαθητές, μετά την διδασκαλία του στερεού…



dmargaris@gmail.com