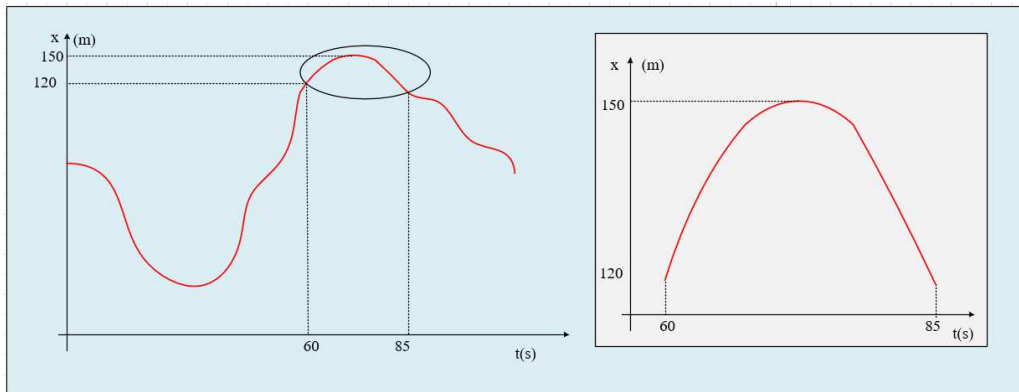


## Από την μέση ταχύτητα στην στιγμιαία

### Αίτη βοηθητική θεωρία...

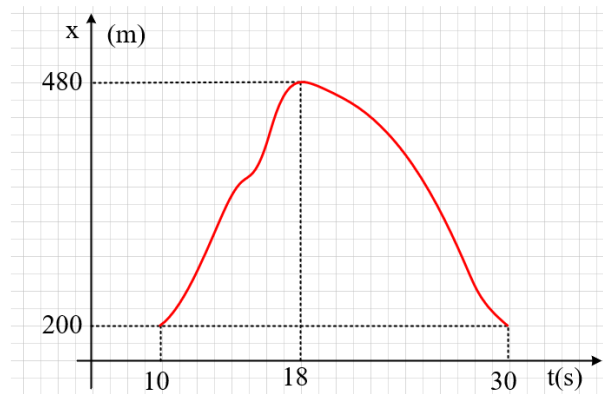
Πολλές φορές μας δίνουν ένα γράφημα, όπως το πρώτο στο παρακάτω σχήμα, όπου εμάς, μας ενδιαφέρει να μελετήσουμε μια μικρή περιοχή (κυκλωμένη στο σχήμα) από τη στιγμή  $t_1=60s$  μέχρι τη στιγμή  $t_2=85s$ . Στην περίπτωση αυτή, αντί οι άξονες να ξεκινούν από τις τιμές  $(x,y)=(0,0)$ , είναι βολικό να μην συμβαίνει αυτό, αλλά να παίρνουμε ένα άλλο γράφημα, όπως στο δεξιό σχήμα:



Όπου ουσιαστικά περιέχει την περιοχή που μας ενδιαφέρει, αλλά η βαθμολογία των αξόνων δεν ξεκινά από το μηδέν. Οι πληροφορίες είναι ίδιες, αλλά η δυνατότητα μελέτης και εκμετάλλευσης του διαγράμματος πολύ μεγαλύτερη.

-----

Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα  $x$  και στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η θέση του σε συνάρτηση με το χρόνο, για το χρονικό διάστημα από  $10s-30s$ . Χρησιμοποιώντας το διάγραμμα και «διαβάζοντας» δεδομένα από αυτό, να υπολογίσετε:



i) Τη μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου, στα χρονικά διαστήματα:

- α) Από  $t_1=10s$ , μέχρι  $t_2=30s$ .
- β) Από  $t_1=10s$ , μέχρι  $t_3=20s$ .
- γ) Από  $t_4=12s$ , μέχρι  $t_5=18s$ .
- δ) Από  $t_6=14,5s$  μέχρι  $t_7=16,5s$ .
- ε) Από  $t_6=14,5s$  μέχρι  $t_8=15,5s$ .

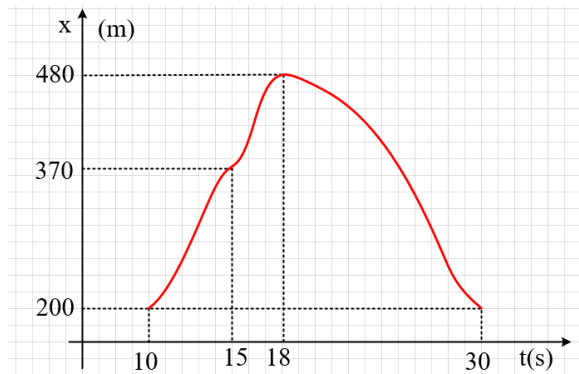
ii) Η στιγμιαία ταχύτητα του αυτοκινήτου τη στιγμή  $t_9=15s$  έχει τιμή:

- α)  $v_9=20m/s$ , β)  $v_9=25m/s$ , γ)  $v_9=30m/s$ , δ)  $v_9=35m/s$ .

- iii) Υπολογίζοντας με παρόμοιο τρόπο μέσες ταχύτητες, μπορείτε να προσδιορίσετε την στιγμιαία ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t_5=18s$ ;

### Απάντηση:

Πρέπει πρώτα-πρώτα να προσέξουμε με ποια κλίμακα έχουμε βαθμολογήσει τους δύο άξονες, για να μπορούμε να «διαβάσουμε» σωστά θέσεις και χρονικές στιγμές. Στον οριζόντιο άξονα 20 τετραγωνάκια αντιστοιχούν σε 20s, οπότε κάθε τετραγωνάκι μετρά χρονικό διάστημα  $\Delta t=1s$ . Στον κατακόρυφο άξονα 14 τετραγωνάκια αντιστοιχούν στα  $480m-200m=280m$ , οπότε κάθε τετραγωνάκι αντιστοιχεί σε 20m.



- i) Από κει και πέρα, λαμβάνοντας υπόψη ότι **εκτιμούμε** χρονικές στιγμές και θέσεις στο διάγραμμα (άρα μπορεί να κάνουμε και σφάλματα στην εκτίμησή μας και κάνουμε!!!), υπολογίζουμε:

$$\alpha) v_{\mu,12} = \frac{\Delta x_{1,2}}{\Delta t_{1,2}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{200m - 200m}{30s - 10s} = 0$$

$$\beta) v_{\mu,13} = \frac{\Delta x_{1,3}}{\Delta t_{1,3}} = \frac{x_3 - x_1}{t_3 - t_1} = \frac{460m - 200m}{20s - 10s} = 26m/s$$

$$\gamma) v_{\mu,45} = \frac{\Delta x_{4,5}}{\Delta t_{4,5}} = \frac{x_5 - x_4}{t_5 - t_4} = \frac{480m - 260m}{18s - 12s} = 36,7m/s$$

$$\delta) v_{\mu,67} = \frac{\Delta x_{6,7}}{\Delta t_{6,7}} = \frac{x_7 - x_6}{t_7 - t_6} = \frac{430m - 360m}{16,5s - 14,5s} = 35m/s$$

$$\epsilon) v_{\mu,68} = \frac{\Delta x_{6,8}}{\Delta t_{6,8}} = \frac{x_8 - x_6}{t_8 - t_6} = \frac{380m - 360m}{15,5s - 14,5s} = 20m/s$$

- ii) Με βάση τις παραπάνω τιμές και τα χρονικά διαστήματα που πήραμε, η ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t_9=15s$  έχει τιμή παραπλήσια της μέσης ταχύτητας, στο χρονικό διάστημα  $\Delta t_{68}=15,5s-14,5s$ , δηλαδή  $v_9=20m/s$ . Σωστό το α).

Θα μπορούσαμε να έχουμε μεγαλύτερη ακρίβεια αν παίρναμε τη μέση ταχύτητα στο χρονικό διάστημα  $\Delta t=15,1s-14,9s$  ή ακόμα καλύτερα το χρονικό διάστημα  $\Delta t=15,01s-14,99s$  ώστε να είμαστε σίγουροι ότι στα πολύ μικρά αυτά χρονικά διαστήματα, η ταχύτητα δεν πρόλαβε να αλλάξει.

Στη γλώσσα των μαθηματικών αυτό το λέμε «το  $\Delta t$  να τείνει στο μηδέν»...

- iii) Με βάση την παραπάνω λογική, για να βρούμε την στιγμιαία ταχύτητα του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή  $t_5=18s$ , αρκεί να υπολογίσουμε τη μέση ταχύτητα σε ένα πολύ μικρό χρονικό διάστημα, ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά της στιγμής  $t_5$ . Πρακτικά ας χρησιμοποιήσουμε, όπως παραπάνω 0,5s πριν και 0,5s μετά, παίρνοντας τις χρονικές στιγμές  $t_{10}=17,5s$  και  $t_{11}=18,5s$ . Έτσι θα έχουμε:

$$v_5 = v_{\mu,10,11} = \frac{\Delta x_{10,11}}{\Delta t_{10,11}} = \frac{x_{11} - x_{10}}{t_{11} - t_{10}} \approx \frac{480m - 480m}{18,5s - 17,5s} \approx 0$$

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)