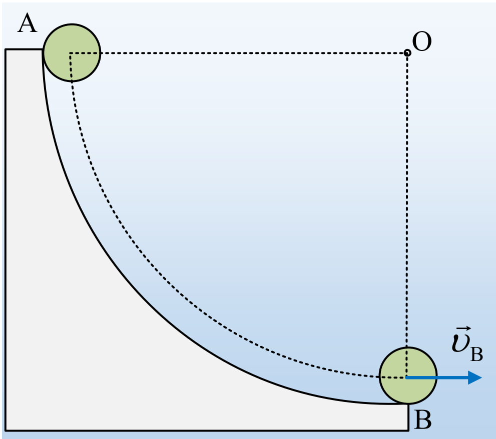
Όταν το κιβώτιο μετατρέπεται σε σφαίρα



Ο κατακόρυφος οδηγός του σχήματος έχει σχήμα κοίλου τεταρτοκύκλιου ακτίνας R=1,4 m και είναι λείος και ακλόνητος. Ομογενής σφαίρα μάζας m και ακτίνας r=0,15m αφήνεται να ολισθήσει χωρίς τριβές από το άνω άκρο A και φτάνει στο κάτω άκρο B, οπότε και εγκαταλείπει τον οδηγό με οριζόντια ταχύτητα υ_B.

Να βρεθούν :

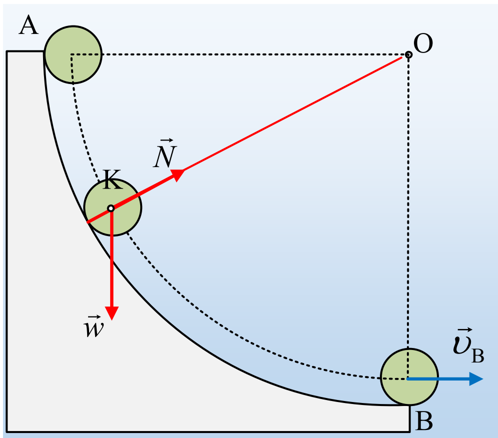
i) ο λόγος της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της σφαίρας προς την γωνιακή ταχύτητα περιφοράς της, σε κάθε σημείο της τροχιάς της.

ii) όταν φτάσει στη θέση B, ο λόγος της κινητικής μεταφορικής ενέργειας της σφαίρας προς την συνολική κινητική της ενέργεια.

iii) Η ταχύτητα της σφαίρας στο B.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα, σε μια τυχαία θέση της τροχιάς της. Και το βάρος και η κάθετη αντίδραση του επιπέδου N, διέρχονται από το κέντρο K της σφαίρας, συνεπώς δεν ασκείται κάποια ροπή στη σφαίρα ως προς το K, με αποτέλεσμα η σφαίρα να μην αποκτά κάποια γωνιακή επιτάχυνση και να μην στρέφεται. Έτσι η κίνηση της σφαίρας είναι μεταφορική (κυκλική μεταφορική κίνηση), με αποτέλεσμα το κέντρο K της σφαίρας σε κάθε θέση να έχει κάποια ταχύτητα, συνεπώς να έχουμε και μια γωνιακή ταχύτητα **περιφοράς** Ω, το μέτρο της οποίας υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$\upsilon_K = \Omega(R-r)$$

Αλλά τότε για τον ζητούμενο λόγο έχουμε:

$$\frac{\omega}{\Omega} = \frac{0}{\Omega} = 0$$

ii) Από τη στιγμή που η κίνηση της σφαίρας είναι μεταφορική, δεν υπάρχει περιστροφή και προφανώς δεν υπάρχει και κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής.

Έτσι η μόνη κινητική ενέργεια που έχει η σφαίρα, είναι η μεταφορική της κινητική ενέργεια.

Αλλά τότε:

$$\frac{K_{\mu\varepsilon\tau}}{K_{o\lambda}}=\frac{\frac{1}{2}m\upsilon_B^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_B^2}=1$$

iii) Εφαρμόζοντας την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων Α και Β και παίρνοντας το οριζόντιο επίπεδο, που περνά από το κέντρο της σφαίρας στη θέση Β, ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, παίρνουμε:

$$K_A+U_A=K_B+U_B$$

$$mg(R-r)+0=\frac{1}{2}m\upsilon_B^2+0\rightarrow$$

$$\upsilon_B=\sqrt{2g(R-r)}=\sqrt{2\cdot 10\cdot(1,4-0,15}m/s=5m/s$$

dmargaris@gmail.com