

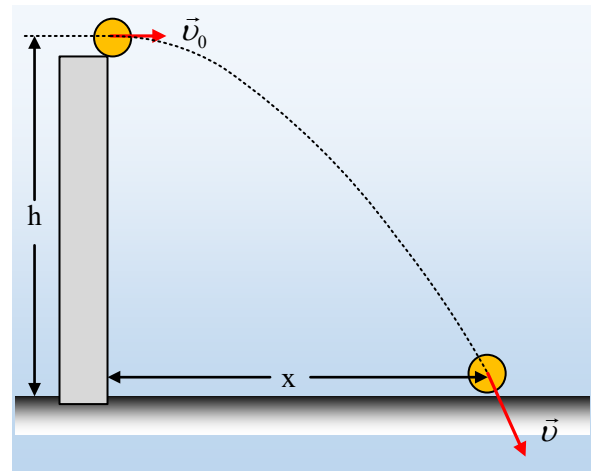
Όταν το  $x$  είναι ίσο με το  $y$ !

Από ορισμένο ύψος  $h$ , από το οριζόντιο έδαφος, εκτοξεύεται οριζόντια μια μικρή μπάλα με αρχική ταχύτητα  $v_0$ . Η μπάλα φτάνει στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση  $x=h$ , με ταχύτητα  $v$ , όπως στο σχήμα. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g$ .

- i) Η αρχική ταχύτητα εκτόξευσης, συνδέεται με το ύψος  $h$  από το έδαφος με τη σχέση:

$$\alpha) v_0^2 = \frac{1}{2}gh, \quad \beta) v_0^2 = gh$$

$$\gamma) v_0^2 = 2gh, \quad \delta) v_0^2 = \frac{5}{2}gh$$



- ii) Η ταχύτητα  $v$  με την οποία η μπάλα φτάνει στο έδαφος έχει μέτρο:

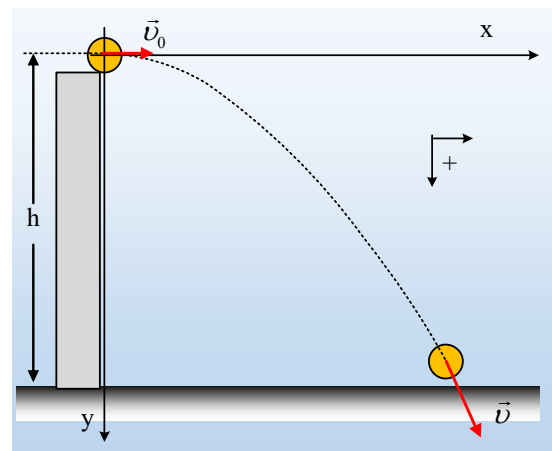
$$\alpha) v^2 = gh, \quad \beta) v^2 = 2gh$$

$$\gamma) v^2 = 2,5gh, \quad \delta) v^2 = 4gh$$

## Απάντηση:

Θεωρούμε την κίνηση της μπάλας σύνθετη, μια ευθύγραμμη ομαλή στην οριζόντια διεύθυνση και μια ελεύθερη πτώση στην κατακόρυφη. Έτσι παίρνοντας ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων  $x$  και  $y$ , όπως στο σχήμα, θα έχουμε τις εξισώσεις:

Άξονας $x$	Άξονας $y$
$v_x = v_0$ (1)	$v_y = g \cdot t$ (3)
$x = v_0 \cdot t$ (2)	$y = \frac{1}{2}gt^2$ (4)



- i) Με απαλοιφή του χρόνου μεταξύ των σχέσεων (2) και (4) παίρνουμε:

$$t = \frac{x}{v_0} \rightarrow y = \frac{1}{2}g \left( \frac{x}{v_0} \right)^2 \xrightarrow{x=y=h}$$

$$h = \frac{gh^2}{2v_0^2} \rightarrow v_0^2 = \frac{1}{2}gh$$

Σωστό το α).

- ii) Θεωρώντας την δυναμική ενέργεια της μπάλας τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος μηδενική, εφαρμόζουμε την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας, μεταξύ αρχικής και της τελικής θέσης, παίρνοντας:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + 0 \rightarrow$$
$$v^2 = v_0^2 + 2gh = \frac{1}{2}gh + 2gh = 2,5gh$$

Σωστό το γ).

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)