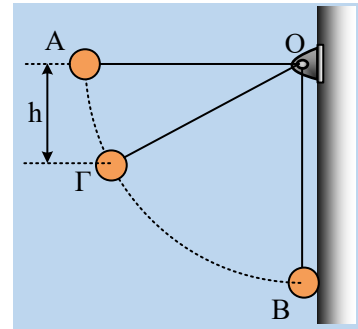


Μια κίνηση σε κυκλική τροχιά και μια κρούση

Μια σφαίρα μάζας 2kg είναι δεμένη στο άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους $l=1,25\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί σε σταθερό σημείο O. Φέρνουμε τη σφαίρα στη θέση A, ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο και την αφήνουμε να κινηθεί. Μόλις το νήμα γίνει κατακόρυφο, στη θέση B, η σφαίρα συγκρούεται με έναν κατακόρυφο τοίχο, με αποτέλεσμα να επιστρέφει και να φτάνει μέχρι τη θέση Γ, η οποία βρίσκεται χαμηλότερα, σε κατακόρυφη απόσταση $h=0,45\text{m}$, από την αρχική θέση A.



- i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα με την οποία η σφαίρα, φτάνει στην θέση B (υπόδειξη: δουλέψτε ενεργειακά).
- ii) Να βρεθεί η επιτάχυνση της σφαίρας στην αρχική θέση A, μόλις αφηθεί να κινηθεί, καθώς και στη θέση B, ελάχιστα πριν την κρούση με τον τοίχο. Ποια η τιμή της τάσης του νήματος στις δύο αυτές θέσεις;
- iii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση της με τον τοίχο.
- iv) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής της σφαίρας που οφείλεται στην κρούση.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Έστω ότι η σφαίρα φτάνει στη θέση B με ταχύτητα μέτρου v_1 . Θεωρώντας το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το B, ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας για τις θέσεις A και B, παίρνοντας:

$$K_A + U_A = K_B + U_B \rightarrow$$

$$0 + mg\ell = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0 \rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{2g\ell} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1,25\text{m}} / \text{s} = 5\text{m/s}$$

- ii) Σε κάθε θέση στη σφαίρα ασκείται το βάρος και η τάση του νήματος, όπως στο σχήμα. Στη διεύθυνση της ακτίνας η συνισταμένη δύναμη παίζει το ρόλο της κεντρομόλου, ενώ στην εφαπτομενική διεύθυνση η συνισταμένη αυξάνει το μέτρο της ταχύτητας. Έτσι για τη θέση A:

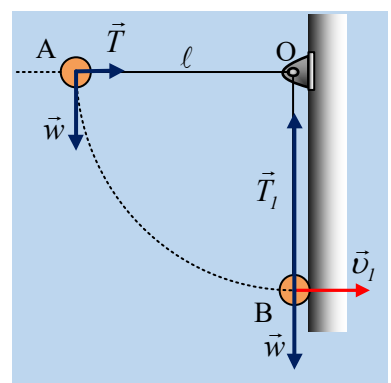
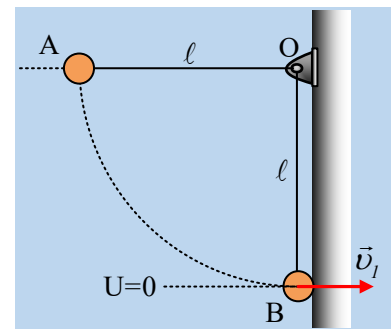
$$\Sigma F_x = ma_x \rightarrow T = m \frac{v^2}{\ell} = 0 \rightarrow a_{x,A} = 0$$

$$\Sigma F_y = ma_y \rightarrow w = ma_y \rightarrow mg = ma_y \rightarrow a_{y,A} = g = 10\text{m/s}^2.$$

$$a_A = a_{y,A} = 10\text{m/s}^2.$$

Για τη θέση B:

$$\Sigma F_x = ma_x \rightarrow 0 = ma_{x,B} \rightarrow a_{x,B} = 0$$



$$a_{y,B} = \frac{v_l^2}{\ell} = \frac{5^2}{1,25} m/s^2 = 20 m/s^2 \rightarrow$$

$$\alpha_B = a_{y,B} = 20 m/s^2$$

Όσον αφορά τις τάσεις, στη θέση Α, βρήκαμε παραπάνω ότι $T=0$, ενώ για τη θέση Β:

$$\Sigma F_y = ma_{y,B} \rightarrow T_l - w = ma_{y,B} \rightarrow T_l = mg + ma_{y,B} \rightarrow$$

$$T_l = 2 \cdot 10 N + 2 \cdot 20 N = 60 N$$

iii) Εφαρμόζουμε ξανά την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων Β, αμέσως μετά την κρούση και τη θέση Γ:

$$K_B + U_B = K_\Gamma + U_\Gamma \rightarrow$$

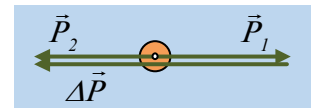
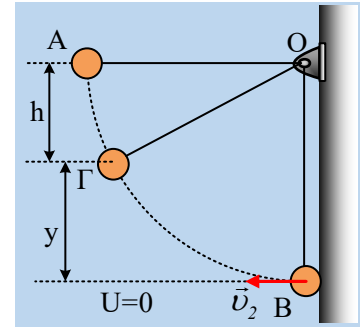
$$\frac{1}{2} m v_2^2 + 0 = 0 + mgy \rightarrow$$

$$v_2 = \sqrt{2g(\ell - h)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot (1,25 - 0,45)} m/s = 4 m/s$$

iv) Για την μεταβολή της ορμής της σφαίρας κατά την κρούση της με τον τοίχο, θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, έχουμε:

$$\Delta \vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 \rightarrow$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 = m v_2 - m v_1 = (2 \cdot (-4) - 2 \cdot 5) kgm/s = -18 kgm/s.$$



dmargaris@gmail.com