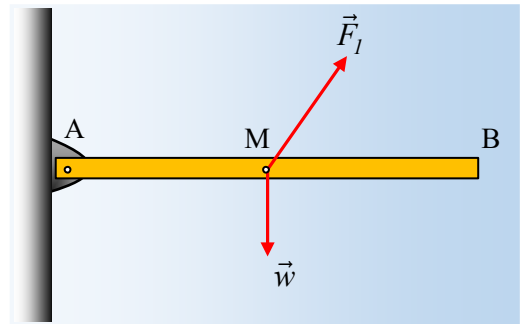


Ισορροπία με την επίδραση ζεύγους

Η ομογενής ράβδος AB βάρους w και μήκους l , είναι αρθρωμένη σε τοίχο στο άκρο της A και ισορροπεί σε οριζόντια θέση με την επίδραση ενός ζεύγους δυνάμεων F_1 - F_2 , όπου η δύναμη F_1 ασκείται στο μέσον M της ράβδου και έχει μέτρο $F_1=2w$.



i) Χωρίς να προχωρήσετε σε υπολογισμούς, μπορείτε να σχεδιάσετε πάνω στο σχήμα την δύναμη F_2 , δίνοντας και μια σύντομη δικαιολόγηση;

ii) Για τον μοχλοβραχίονα d του ζεύγους, ισχύει:

$$\alpha) d = \frac{l}{4}, \quad \beta) d = \frac{l}{3}, \quad \gamma) d = \frac{l}{2}.$$

iii) Για την δύναμη F , την οποία ασκεί η άρθρωση στη ράβδο ισχύει:

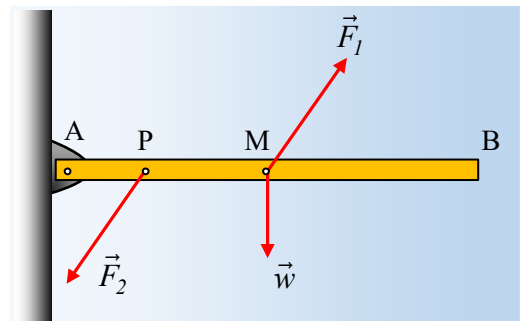
- α) Είναι πλάγια μέτρου $F=2w$.
- β) Είναι κατακόρυφη μέτρου $F=3w$.
- γ) Είναι παράλληλη της F_1 και έχει μέτρο $F=w$.
- δ) Είναι κατακόρυφη μέτρου $F=w$.

Απάντηση:

i) Από την συνθήκη ισορροπίας για την ράβδο παίρνουμε $\Sigma\tau=0$ ως προς οποιοδήποτε σημείο. Παίρνοντας το άκρο A και θεωρώντας τις αριστερόστροφες ροπές ως θετικές, θα έχουμε:

$$\Sigma\tau_A=0 \rightarrow -w \cdot \frac{1}{2} l + \tau_z = 0 \rightarrow \tau_z = + \frac{1}{2} w \cdot l > 0 \quad (1)$$

Πράγμα που σημαίνει ότι η ροπή του ζεύγους τείνει να στρέψει τη ράβδο αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού. Για να ισχύει αυτό η δύναμη F_2 , παράλληλη της F_1 θα πρέπει να ασκείται σε κάποιο σημείο P, αριστερότερα του μέσου M της ράβδου, όπως στο σχήμα.



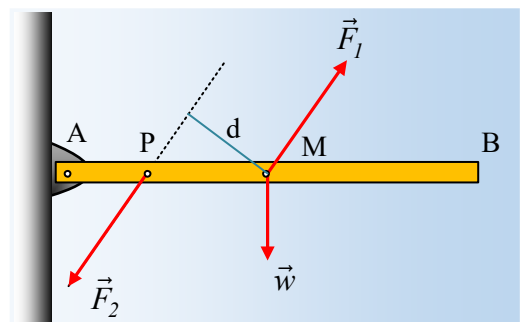
ii) Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) παίρνουμε:

$$\tau_z = \frac{1}{2} w \cdot l \rightarrow F_1 d = \frac{1}{2} w \cdot l \rightarrow 2w \cdot d = \frac{1}{2} w \cdot l \rightarrow d = \frac{l}{4}$$

Σωστό το α).

iii) Από την συνθήκη ισορροπίας για την ράβδο, όσον αφορά τις ασκούμενες δυνάμεις, παίρνουμε:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \rightarrow \vec{F} + \vec{w} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

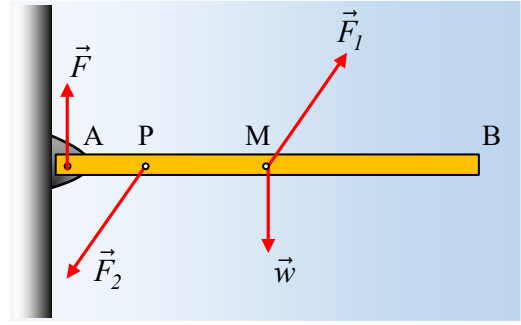


Όμως για το ζεύγος των δυνάμεων $F_1 - F_2$ ισχύει:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

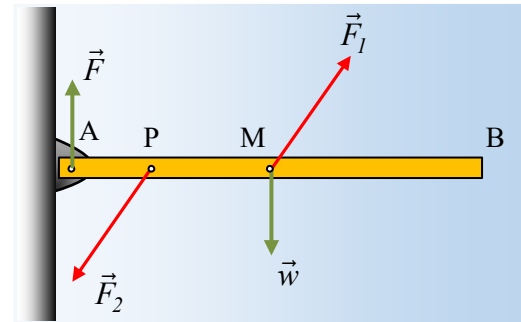
Οπότε η (2) δίνει $\vec{F} + \vec{w} = 0 \rightarrow \vec{F} = -\vec{w}$, δηλαδή η δύναμη F είναι κατακόρυφη αντίθετη με το βάρος της ράβδου.

Σωστό το δ).



Σχόλιο:

Με βάση τα παραπάνω, η ισορροπία της ράβδου στην πραγματικότητα εξασφαλίζεται με την δράση δύο ζευγών δυνάμεων. Το ένα, το εμφανές ζεύγος των δυνάμεων $F_1 - F_2$ με μέτρο $2w$ και μοχλοβραχίονα $d = \frac{l}{4}$, ενώ υπάρχει και ένα δεύτερο «αφανές» ζεύγος, το ζεύγος $F - w$, με μέτρο δυνάμεων w και μοχλοβραχίονα $d' = \frac{l}{2}$.



dmargaris@gmail.com