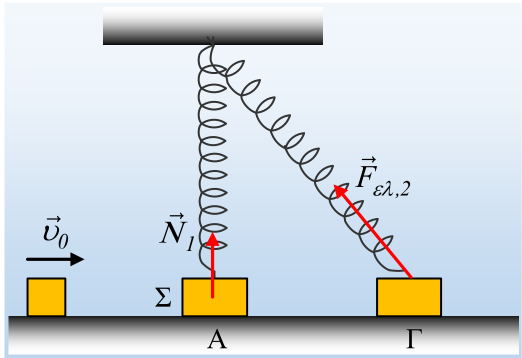
Η ταλάντωση είναι ΑΑΤ;



Ένα σώμα Σ μάζας m ηρεμεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k, σε επαφή με λείο οριζόντιο επίπεδο, από το οποίο δέχεται κάθετη αντίδραση μέτρου N_1= ½ mg, (θέση Α). Σε μια στιγμή το σώμα Σ συγκρούεται με ένα δεύτερο σώμα, με αποτέλεσμα να αποκτά ταχύτητα μέτρου υ, με φορά προς τα δεξιά και να φτάνει μέχρι τη θέση Γ, όπου η δύναμη του ελατηρίου αποκτά μέτρο $F_{ελ,2}$=mg, πριν κινηθεί ξανά προς τα αριστερά.

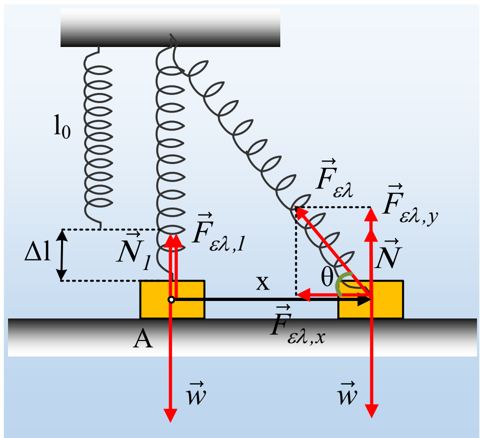
i) Η κίνηση από τη θέση Α μέχρι τη θέση Γ είναι απλή αρμονική ταλάντωση ή όχι;

ii) Για την ενέργεια που πήρε το σώμα κατά την κρούση, ισχύει:

$$α)\ E<\frac{1}{2}\frac{m^2g^2}{k}, \quad β)\ E=\frac{1}{2}\frac{m^2g^2}{k}, \quad γ)\ E>\frac{1}{2}\frac{m^2g^2}{k}.$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απαντήσεις.



i) Στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι δυνάμεις στο σώμα στην θέση ισορροπίας Α και σε μια τυχαία θέση που απέχει κατά x από την θέση ισορροπίας. Στη θέση Α:

$$ΣF=0 \rightarrow F_{ελ,1}+N_1=mg \rightarrow k\cdot Δl=\tfrac{1}{2}mg \quad (1)$$

Ενώ στη θέση Γ:

$$F_{ελ,2}=mg \rightarrow k\cdot Δl_Γ=mg \quad (2)$$

Στην τυχαία θέση το ελατήριο έχει μήκος l, όπου:

$$l=\sqrt{(l_0+Δl)^2+x^2}$$

Οπότε:

$$ΣF=-F_{ελ,x}=-k\cdot Δl\cdot συνθ=-k(l-l_0)\cdot\frac{x}{l}\rightarrow$$

$$ΣF=-k(\sqrt{(l_0+Δl)^2+x^2}-l_0)\cdot\frac{x}{\sqrt{(l_0+Δl)^2+x^2}}$$

$$ΣF=-kx+\frac{kl_0}{\sqrt{(l_0+Δl)^2+x^2}}x$$

Παρατηρούμε ότι η συνισταμένη δύναμη στην τυχαία θέση, **δεν** ικανοποιεί την εξίσωση ΣF=-Dx, άρα η κίνηση **ΔΕΝ** είναι ΑΑΤ.

ii) Η ενέργεια που πήρε το σώμα Σ κατά την κρούση, είναι ίση με την αρχική κινητική του ενέργεια στη θέση Α. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανική ενέργειας για το σύστημα μεταξύ των θέσεων Α, αμέσως μετά την κρούση και της θέσης Γ όπου υ=0:

$$K_A+U_A=K_\Gamma+U_\Gamma \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2+\frac{1}{2}k\left(\Delta l\right)^2=0+\frac{1}{2}k\left(\Delta l_\Gamma\right)^2 \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2=\frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2-\frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{2k}\right)^2 =\rightarrow$$

$$K_A=\frac{3}{8}\frac{m^2g^2}{k}$$

Σωστό το $a)\ E<\frac{1}{2}\frac{m^2g^2}{k}$.

dmargaris@gmail.com