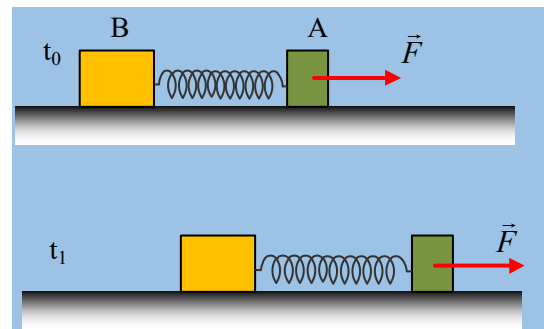


Η ορμή και η ενέργεια σε ένα σύστημα.

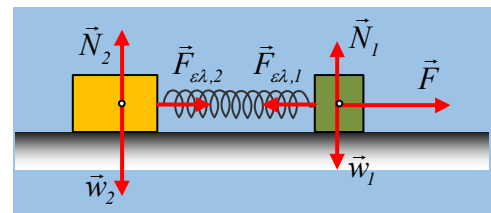
Δύο σώματα Α και Β με μάζες $m_1=10\text{kg}$ και $m_2=20\text{kg}$ αντίστοιχα, είναι δεμένα στα άκρα ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=40\text{N/m}$ και ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή $t_0=0$ ασκούμε στο Α σώμα μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=40\text{N}$, όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα τα σώματα να κινηθούν και τη στιγμή $t_1=2\text{s}$ το σώμα Α να έχει ταχύτητα $v_1=1,6\text{m/s}$, ενώ το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta l=0,6\text{m}$.



- i) Ποιος ο αρχικός ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σώματος;
- ii) Να υπολογιστεί η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή t_1 .
- iii) Να βρεθεί την παραπάνω στιγμή η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σώματος.
- iv) Να υπολογιστεί η μετατόπιση του Α σώματος στο χρονικό διάστημα t_0 έως t_1 .

Απάντηση:

Στη διάρκεια της κίνησης, ασκούνται στα σώματα οι δυνάμεις που έχουν σχεδιαστεί στο διπλανό σχήμα, όπου οι δυνάμεις του ελατηρίου είναι εσωτερικές για το σύστημα των δύο σωμάτων, ενώ η συνισταμένη των βαρών και των κάθετων αντιδράσεων του επιπέδου N (δυνάμεις εξωτερικές) έχουν (ανά δύο) μηδενική συνισταμένη. Έτσι η μόνη εξωτερική δύναμη στο σύστημα, είναι η δύναμη F .



- i) Τη στιγμή $t=0$ που ασκείται η δύναμη F , το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος του, οπότε:

$$\frac{d\vec{P}_1}{dt} = \vec{F} \Rightarrow \frac{dP_1}{dt} = F = 40\text{kgm} / \text{s}^2.$$

$$\frac{d\vec{P}_2}{dt} = \Sigma \vec{F} = 0.$$

- ii) Από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα για το σύστημα των δύο σωμάτων, παίρνουμε:

$$\frac{d\vec{P}_{\text{ολ}}}{dt} = \Sigma \vec{F}_{\text{εξ}} = \vec{F}$$

Αλλά αφού η δύναμη είναι σταθερή, τότε ο στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι ίσος και με τη μέση τιμή του ρυθμού μεταβολής και η παραπάνω εξίσωση γράφεται:

$$\frac{d\vec{P}_{\text{ολ}}}{dt} = \vec{F} \Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = F \Rightarrow \frac{P_{\text{ολ}} - 0}{t_1 - 0} = F \rightarrow$$

$$P_{\text{ολ},1} = F \cdot t_1 = 40 \cdot 2\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s} = 80\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}$$

iii) Η ορμή του Α σώματος είναι ίση:

$$P_1 = m_1 v_1 = 10 \cdot 1,6 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 16 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Ενώ η συνολική ορμή που υπολογίστηκε παραπάνω γράφεται:

$$P_{ολ,t1} = P_1 + P_2 \rightarrow$$

$$P_2 = P_{ολ,t1} - P_1 = 80 \text{ kg} \cdot \text{m/s} - 16 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 64 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

(από όπου βρίσκουμε ότι $v_2 = \frac{P_2}{m_2} = \frac{64}{20} \text{ m/s} = 3,2 \text{ m/s}$)

Εξάλλου για το ρυθμό μεταβολής της ορμής κάθε σώματος έχουμε:

$$\frac{d\vec{P}_1}{dt} = \Sigma \vec{F} \Rightarrow \frac{dP_1}{dt} = F - F_{ελ,1} = F - k \cdot \Delta l = (40 - 40 \cdot 0,6) \text{ kgm/s}^2 = 16 \text{ kgm/s}^2$$

$$\frac{d\vec{P}_2}{dt} = \Sigma \vec{F} \Rightarrow \frac{dP_2}{dt} = F_{ελ,2} = k \cdot \Delta l = 40 \cdot 0,6 \text{ kgm/s}^2 = 24 \text{ kgm/s}^2.$$

iv) Η ολική ενέργεια του συστήματος τη στιγμή t_1 είναι ίση:

$$E_{ολ} = K_1 + K_2 + U_{ελ} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} k (\Delta l)^2 \rightarrow$$

$$E_{ολ} = \frac{1}{2} 10 \cdot 1,6^2 \text{ J} + \frac{1}{2} 20 \cdot 3,2^2 \text{ J} + \frac{1}{2} 40 \cdot 0,6^2 \text{ J} = 122,4 \text{ J}$$

Η ενέργεια αυτή μεταφέρθηκε στο σύστημα, μέσω του έργου της δύναμης F, μιας σταθερής δύναμης που μετατοπίζει κατά x το σώμα στο οποίο ασκείται, κατά την κατεύθυνσή της, οπότε:

$$W = F \cdot x \rightarrow x = \frac{W}{F} = \frac{122,4}{40} \text{ m} = 3,06 \text{ m}$$

dmargaris@gmail.com