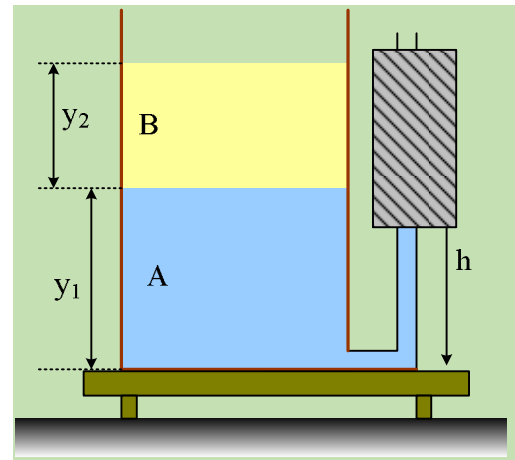


## Δύο υγρά που δεν αναμιγνύονται

Σε ένα ανοικτό κυλινδρικό δοχείο περιέχονται δύο υγρά A και B, τα οποία δεν αναμιγνύονται, με πυκνότητες  $\rho_1$  και  $\rho_2$  αντίστοιχα, όπου  $\rho_1 > \rho_2$ . Στο σχήμα βλέπετε τα ύψη  $y_1$  και  $y_2$  των δύο υγρών στο δοχείο.



i) Για το ύψος  $h$  του υγρού A στον λεπτό ανοικτό κατακόρυφο σωλήνα (το πέτασμα μας κρύβει το ύψος) ισχύει:

α)  $h < y_1$ , β)  $h = y_1$ , γ)  $y_1 < h < y_1 + y_2$ , δ)  $h = y_1 + y_2$ .

ii) Τοποθετούμε στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού B, ένα έμβολο το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές, με βάρος  $w = w_1 - w_2$ , όπου  $w_1$  το βάρος του υγρού A και  $w_2$  το βάρος του B. Τότε το ύψος του υγρού στον σωλήνα γίνεται:

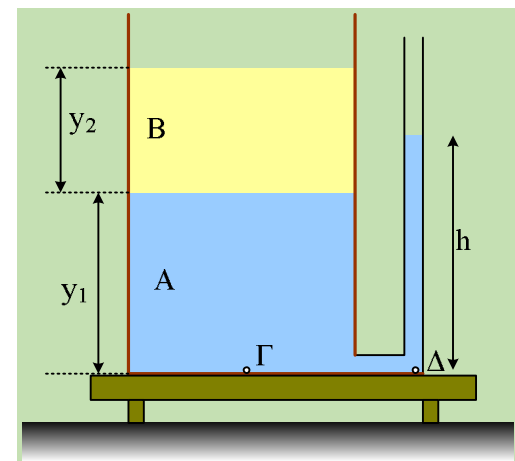
α)  $h = 2y_1$ , β)  $h = 2y_2$ , γ)  $h = y_1 + y_2$ , δ)  $h = 2y_1 - y_2$ .

Δίνεται ότι η μετακίνηση του υγρού στον λεπτό σωλήνα δεν μεταβάλλει τα ύψη των υγρών στο δοχείο.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

### Απάντηση:

i) Έστω δύο σημεία Γ και Δ, πολύ κοντά στη βάση του δοχείου, το Γ στη μέση του δοχείου, το άλλο κάτω από το λεπτό σωλήνα, όπως στο σχήμα. Αφού τα δύο σημεία βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και μέσα στο ίδιο υγρό θα έχουν την ίδια πίεση.



Αλλά για τις πιέσεις αυτές ισχύει:

$$p_{\Gamma} = p_{\text{ατμ}} + \rho_1 g y_1 + \rho_2 g y_2 \quad (1)$$

$$p_{\Delta} = p_{\text{ατμ}} + \rho_1 g h \quad (2)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις παίρνουμε:

$$\rho_1 g h = \rho_1 g y_1 + \rho_2 g y_2 \rightarrow$$

$$h = y_1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} y_2 \quad (3)$$

Η παραπάνω εξίσωση μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι  $h > y_1$ , ενώ αφού  $\rho_1 > \rho_2$ , θα ισχύει  $\frac{\rho_2}{\rho_1} < 1$  και η σχέση (3) μετατρέπεται:

$$h = y_1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} y_2 < y_1 + y_2$$

Σωστή η σχέση γ), ενώ το σωστό σχήμα είναι όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.

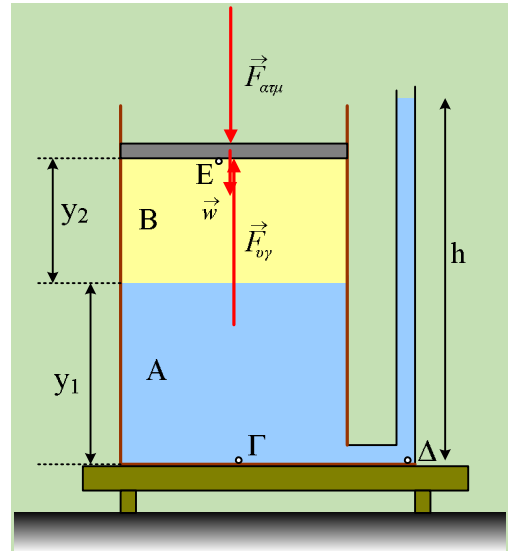
ii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σημειωθεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο έμβολο, όπου  $F_{ατμ}$  η δύναμη από την ατμόσφαιρα και  $F_{υγ}$  η δύναμη από το υγρό, αφού στην κάτω επιφάνειά του υπάρχει μια πίεση ίση με την πίεση στο σημείο E. Από την ισορροπία του εμβόλου παίρνουμε:

$$\Sigma F=0 \rightarrow F_{υγ}=F_{ατμ}+w \rightarrow$$

$$\frac{F_{υγ}}{A} = \frac{F_{ατμ}}{A} + \frac{w}{A} \rightarrow$$

$$p_E = p_{ατμ} + \frac{\rho_1 g y_1 A - \rho_2 g y_2 A}{A} \rightarrow$$

$$p_E = p_{ατμ} + \rho_1 g y_1 - \rho_2 g y_2$$



Αλλά τότε για την πίεση στο Γ (ίση με την πίεση στο Δ) θα έχουμε:

$$p_{\Gamma}-p_E=\rho_1 g y_1+\rho_2 g y_2 \rightarrow p_{\Gamma}=p_E+\rho_1 g y_1+\rho_2 g y_2 \rightarrow$$

$$p_{ατμ}+\rho_1 g h = p_{ατμ}+\rho_1 g y_1-\rho_2 g y_2+\rho_1 g y_1+\rho_2 g y_2 \rightarrow$$

$$h=2y_1.$$

Σωστό το α).

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)