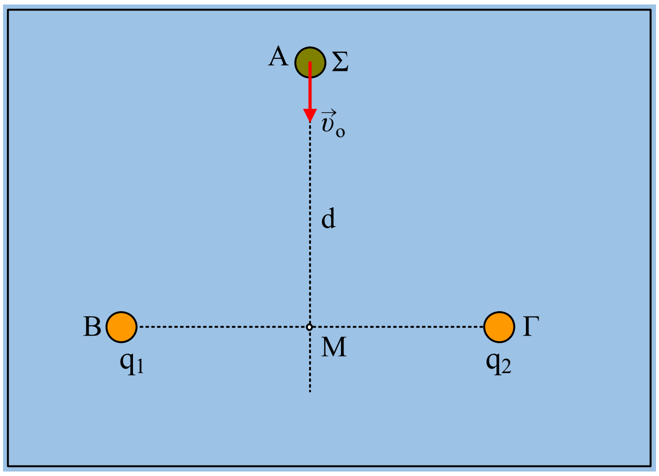
Μια φορτισμένη σφαίρα περνά ανάμεσα σε άλλες δύο.



Σε λείο μονωτικό οριζόντιο επίπεδο, έχουν στερεωθεί δύο μικρές φορτισμένες σφαίρες στα σημεία Β και Γ με φορτία q_1 και q_2 αντίστοιχα. Μια τρίτη φορτισμένη σφαίρα Σ εκτοξεύεται οριζόντια από το σημείο Α, σημείο της μεσοκαθέτου της ΒΓ, με αρχική ταχύτητα υ_o και με κατεύθυνση προς το μέσον Μ της ΒΓ, όπως στο σχήμα (κάτοψη).

i) Πότε μπορεί η σφαίρα Σ να κινηθεί πάνω στην ΑΜ και πότε θα εκτραπεί;

ii) Αν τα φορτία q_1 και q_2 είναι θετικά:

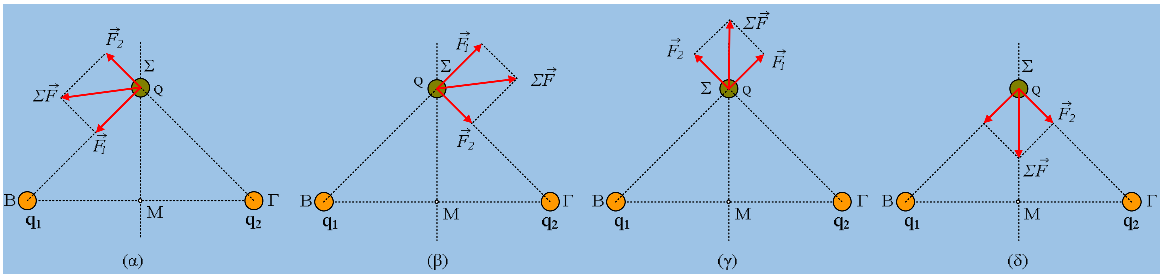
α) Να βρεθεί το πρόσημο του φορτίου Q της σφαίρας Σ, αν αυτή φτάσει στο σημείο Μ, με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = ½ \upsilon_o$;

β) Να βρεθεί η επιτάχυνση της σφαίρας Σ στο σημείο Μ.

γ) Θα αποκτήσει η σφαίρα Σ ξανά ταχύτητα υ_o και αν ναι, σε ποια θέση θα συμβεί αυτό;

Απάντηση:

i) Το πώς θα κινηθεί η σφαίρα Σ εξαρτάται από τη συνισταμένη δύναμη που θα δεχτεί. Με βάση τα πρόσημα των φορτίων έχουμε τις 4 περιπτώσεις του σχήματος:



- Στο (α) σχήμα $Q \cdot q_1<0$ και $Q \cdot q_2>0$. Στην περίπτωση αυτή η σφαίρα θα αποκτήσει επιτάχυνση με την ίδια κατεύθυνση με τη συνισταμένη ΣF, με αποτέλεσμα να μην κινηθεί ευθύγραμμα και να μην φτάσει στο μέσον Μ της ΒΓ.
- Αν ισχύει $Q \cdot q_1>0$ και $Q \cdot q_2 <0$, τότε η κατάσταση θα είναι αυτή που φαίνεται στο (β) σχήμα. Και πάλι η σφαίρα θα εκτραπεί προς τα δεξιά και δεν θα φτάσει στο σημείο Μ.

Και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις τα φορτία q_1 και q_2 είναι ετερώνυμα. Αν τα φορτία είναι ομώνυμα;

- Αν $Q \cdot q_1>0$ και $Q \cdot q_2 >0$ τότε οι δυνάμεις είναι όπως στο (γ) σχήμα και
- Αν $Q \cdot q_1<0$ και $Q \cdot q_2 < 0$ θα έχουμε το (δ) σχήμα.

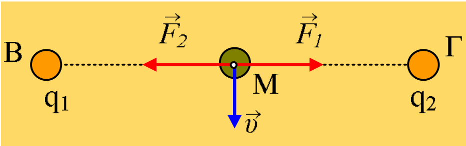
Το ερώτημα τώρα είναι στις περιπτώσεις (γ) και (δ) η σφαίρα θα φτάσει στο μέσον Μ της ΒΓ; Αυτό θα συμβεί αν οι δυνάμεις F_1 και F_2 έχουν ίσα μέτρα. Τότε η συνισταμένη τους, πάνω στην διχοτόμο του παραλληλογράμμου των δυνάμεων, θα έχει και την διεύθυνση της ΑΜ, οπότε η σφαίρα θα κινηθεί επιβραδυνόμενα (γ) ή επιταχυνόμενα (δ), ενώ σε διαφορετική περίπτωση θα εκτραπεί και δεν θα φτάσει στο Μ.

Για να έχουν όμως οι δυνάμεις F_1 και F_2 ίσα μέτρα, πρέπει τα φορτία των σφαιρών στο Β και στο Γ να είναι, κατ' απόλυτο τιμή, ίσα ($|q_1|=|q_2|$).

ii) Αν τα φορτία q_1 και q_2 είναι θετικά, δηλαδή $q_1=q_2 > 0$:

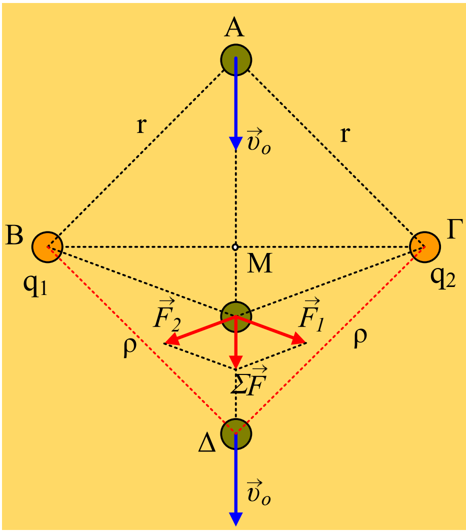
α) Η σφαίρα φτάνει στο Μ με μικρότερη ταχύτητα, από την αρχική ταχύτητα στο σημείο Α ($υ_Μ= ½\ υ_o$) πράγμα που σημαίνει ότι κατά την διάρκεια της κίνησής της από το Α στο Μ, η σφαίρα επιβραδύνεται. Αυτό σημαίνει ότι δέχεται τις δυνάμεις, όπως στο σχήμα (γ). Αλλά για να είναι απωστικές οι δυνάμεις τα φορτία είναι ομώνυμα και κατά συνέπεια και η Σ σφαίρα φέρει θετικό φορτίο (Q>0).

β) Στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα Σ, τη στιγμή που φτάνει στο σημείο Μ.



Αλλά από τη στιγμή που $q_1=q_2$ και το Μ είναι το μέσον της ΒΓ, οι δυνάμεις F_1 και F_2 έχουν ίσα μέτρα, με αποτέλεσμα η συνισταμένη τους να είναι μηδενική, οπότε και η επιτάχυνση της σφαίρας είναι μηδενική.

γ) Μόλις η σφαίρα Σ περάσει από το σημείο Μ, η συνισταμένη δύναμη θα την επιταχύνει, αφού θα έχει την ίδια κατεύθυνση με τη ταχύτητα, βλέπε σχήμα. Αλλά τότε θα φτάσει, κάποια στιγμή, σε ένα σημείο Δ, έχοντας αποκτήσει ταχύτητα $υ_Δ=υ_o$.



Έστω ότι στη θέση Δ η σφαίρα απέχει κατά ρ, από τις ακλόνητες σφαίρες στα σημεία Β και Γ. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κινούμενη σφαίρα Σ από το Α στο Δ, παίρνουμε:

$$K_Δ-K_Α=W_{F,\ Α\to Δ} \to$$

$$\frac{1}{2}mυ_o^2-\frac{1}{2}mυ_o^2=Q\cdot(V_A-V_Δ)\to$$

$$V_A=V_Δ\to$$

$$k\frac{q_1}{r}+k\frac{q_2}{r}=k\frac{q_1}{ρ}+k\frac{q_2}{ρ}\to$$

$$\frac{2}{r}=\frac{2}{ρ}\to ρ=r$$

Αλλά τότε το παραλληλόγραμμο ΑΓΔΒ είναι ρόμβος και το σημείο Δ, δεν είναι παρά το συμμετρικό σημείο του Α, οπότε (ΑΜ)=(ΜΔ).

dmargaris@gmail.com