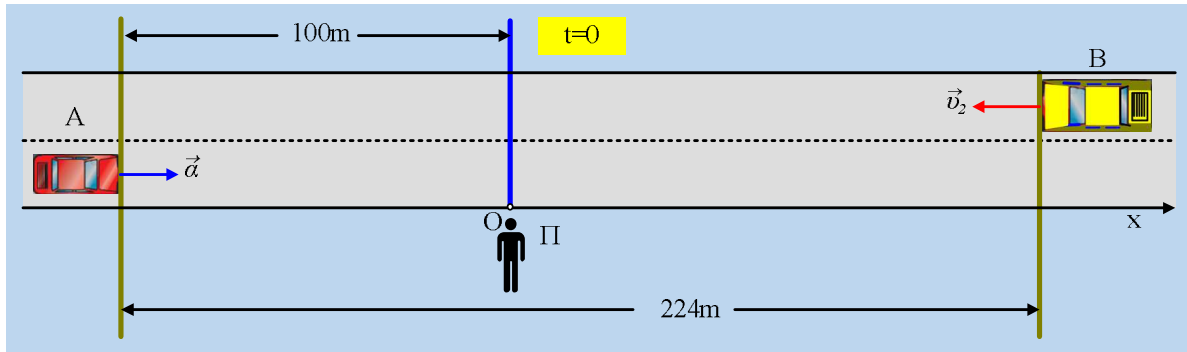


Μελέτη των κινήσεων δύο αυτοκινήτων.

Ένα παιδί Π, στέκεται ακίνητο στην άκρη ενός ευθύγραμμου δρόμου, στον οποίο βλέπουμε δύο αυτοκίνητα Α και Β, τη στιγμή $t_0=0$, τα οποία απέχουν κατά 224m.



Το Α αυτοκίνητο ξεκινά τη στιγμή αυτή να επιταχύνεται προς τα δεξιά (όπως το βλέπουμε εμείς...), με σταθερή επιτάχυνση μέτρου 2m/s^2 , απέχοντας 100m από το παιδί. Το αυτοκίνητο Β κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα σταθερού μέτρου $v_2=20\text{m/s}$.

Το παιδί, παίρνει έναν άξονα x, με αρχή τη θέση Ο που βρίσκεται και με θετική φορά προς τα δεξιά, όπως φαίνεται στο σχήμα, για να μπορέσει να μελετήσει τις κινήσεις των δύο αυτοκινήτων.

- i) Ποιες οι θέσεις, οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις των δύο αυτοκινήτων τη στιγμή t_0 ;
- ii) Να βρεθεί η ταχύτητα και η μετατόπιση του Α αυτοκινήτου τη στιγμή $t_1=5\text{s}$.
- iii) Ποιες είναι οι θέσεις των δύο αυτοκινήτων τη στιγμή t_1 ;
- iv) Ποια χρονική στιγμή το Α αυτοκίνητο φτάνει στη θέση που βρίσκεται το παιδί και ποια είναι τη στιγμή αυτή η ταχύτητά του; Πού βρίσκεται το Β αυτοκίνητο τη στιγμή αυτή;
- v) Να βρεθεί η θέση στην οποία τα δυο αυτοκίνητα διασταυρώνονται και η χρονική στιγμή που συμβαίνει αυτό.

Απάντηση:

- i) Με βάση τον προσανατολισμένο άξονα x, το μηδέν του οποίου βρίσκεται στη θέση του παιδιού Ο, κάθε σημείο αριστερά του παιδιού θα έχει αρνητική τιμή για την θέση x και κάθε σημείο δεξιά θετική. Έτσι αντί να λέμε ότι το αυτοκίνητο Α βρίσκεται 100m αριστερά του παιδιού, λέμε βρίσκεται στη θέση $x_{0A}=-100\text{m}$. Με την ίδια λογική αντί να πούμε ότι το Β αυτοκίνητο βρίσκεται δεξιά του παιδιού και απέχει από αυτό κατά $(224-100)\text{m}=124\text{m}$, λέμε βρίσκεται στη θέση $x_{0B}=+124\text{m}$. Με την ίδια λογική θα έχουμε:

$$v_{0A}=0 \text{ και } v_{0B}=v_2=-20 \text{ m/s}$$

$$\text{ενώ } a_A=+2\text{m/s}^2 \text{ και } a_B=0$$

- ii) Το Α αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιτάχυνση, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, για την οποία ισχύουν οι εξισώσεις:

$$v_A = a \cdot t \quad (1) \quad \text{και} \quad \Delta x_A = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad (2)$$

Έτσι για τη στιγμή $t_1=5s$ βρίσκουμε:

$$v_{1A} = \alpha \cdot t_1 = 2 \cdot 5 \text{ m/s} = 10 \text{ m/s} \quad \text{και} \quad \Delta x_{1A} = \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 \text{ m} = 25 \text{ m}$$

iii) Για την θέση του A αυτοκινήτου το οποίο έχει μετατοπισθεί κατά Δx_{1A} έχουμε:

$$\Delta x_{1A} = x_{1A} - x_{0A} \rightarrow x_{1A} = x_{0A} + \Delta x_{1A} = -100 \text{ m} + 25 \text{ m} = -75 \text{ m}$$

Το αποτέλεσμα μας λέει ότι το αυτοκίνητο βρίσκεται αριστερά του παιδιού και σε απόσταση 75m από αυτό.

Το B αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά, οπότε στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_1 - t_0 = t_1$ μετατοπίζεται κατά:

$$\Delta x_{1B} = v_2 \cdot \Delta t = v_2 \cdot t_1 = -20 \cdot 5 \text{ m} = -100 \text{ m}$$

Όμως: $\Delta x_{1B} = x_{1B} - x_{0B} \rightarrow x_{1B} = x_{0B} + \Delta x_{1B} = 124 \text{ m} - 100 \text{ m} = +24 \text{ m}$,

αποτέλεσμα που μας λέει ότι το B αυτοκίνητο βρίσκεται δεξιά του παιδιού απέχοντας κατά 24m από αυτό.

iv) Τη στιγμή t_2 που το A αυτοκίνητο φτάνει στο παιδί, έχει μετατοπισθεί κατά:

$$\Delta x_{2A} = x_{2A} - x_{0A} = 0 \text{ m} - (-100 \text{ m}) = +100 \text{ m}$$

Και με αντικατάσταση στην εξίσωση (2) παίρνουμε:

$$\Delta x_{2A} = \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \rightarrow 100 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t_2^2 \rightarrow t_2 = 10 \text{ s}$$

Τη στιγμή αυτή η ταχύτητά του είναι ίση με:

$$v_{2A} = \alpha \cdot t_2 = 2 \cdot 10 \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$$

Για την μετατόπιση του B αυτοκινήτου έχουμε:

$$\Delta x_{2B} = v_2 \cdot \Delta t = v_2 \cdot t_2 = -20 \cdot 10 \text{ m} = -200 \text{ m} \rightarrow$$

$$\Delta x_{2B} = x_{2B} - x_{0B} \rightarrow x_{2B} = x_{0B} + \Delta x_{2B} = 124 \text{ m} - 200 \text{ m} = -76 \text{ m}$$

Το B αυτοκίνητο δηλαδή βρίσκεται αριστερά του παιδιού σε απόσταση 76m.

v) Τη στιγμή της διασταύρωσης των δύο αυτοκινήτων, αυτά βρίσκονται στην ίδια θέση x. Αλλά τότε το A έχει μετατοπισθεί κατά $\Delta x_A = x - x_{0A} \rightarrow x = x_{0A} + \Delta x_A \rightarrow$

$$x = -100 \text{ m} + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (3)$$

Το B αυτοκίνητο έχει μετατοπισθεί κατά $\Delta x_B = x - x_{0B} \rightarrow x = x_{0B} + \Delta x_B \rightarrow$

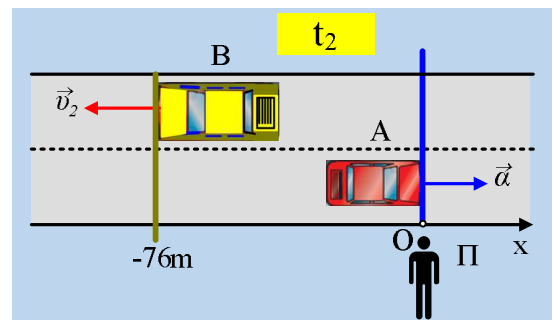
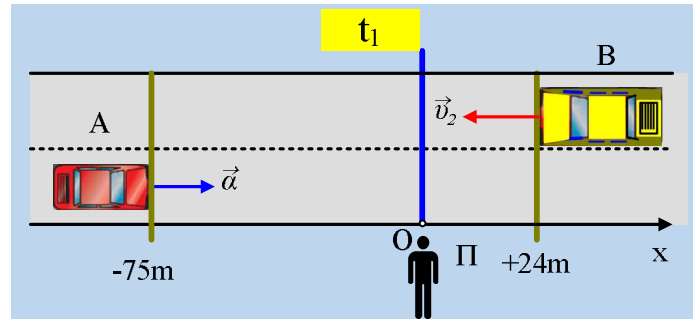
$$x = 124 \text{ m} + v_2 \cdot t \quad (4)$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις (3) και (4) παίρνουμε:

$$-100 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2 = 124 - 20t \rightarrow$$

$$t^2 + 20t - 224 = 0$$

Για τη λύση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης έχουμε:



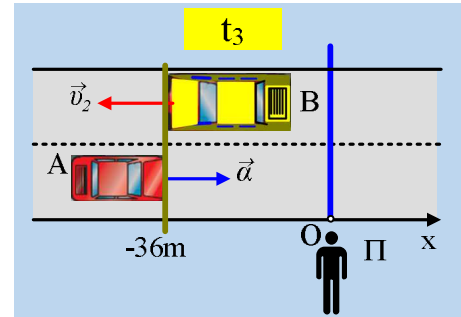
$$t_{3,4} = \frac{-20 \pm \sqrt{400 - 4 \cdot 1 \cdot (-224)}}{2} = \frac{-20 \pm \sqrt{1296}}{2} = \frac{-20 \pm 36}{2} \rightarrow$$

$$t_3 = 8\text{s} \quad \text{ή} \quad t_4 = -28\text{s} \quad (\text{απορρίπτεται}).$$

Άρα τα δύο οχήματα διασταυρώνονται τη χρονική στιγμή $t_3 = 8\text{s}$, οπότε με αντικατάσταση στην (3) (ή και στην 4...) παίρνουμε:

$$x = -100\text{m} + \frac{1}{2} a t^2 = -100\text{m} + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 8^2\text{m} = -36\text{m}.$$

Δηλαδή τα δύο αυτοκίνητα διασταυρώνονται στη θέση που φαίνεται στο σχήμα, 36 μέτρα αριστερά του παιδιού.



dmargaris@gmail.com