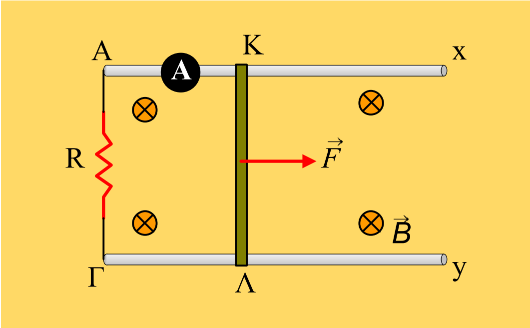
Η επαγωγή και η τριβή.

Ο αγωγός ΚΛ έχει μήκος 1m και κινείται οριζόντια όπως στο σχήμα, σε επαφή με τους δυο παράλληλους αγωγούς-οδηγούς Αx και Γy, οι οποίοι δεν παρουσιάζουν αντίσταση, ενώ τα άκρα τους συνδέονται μέσω αντιστάτη με αντίσταση R=3Ω. Στο χώρο υπάρχει ένα ομογενές κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο έντασης Β=1Τ και υπό την επίδραση της σταθερής δύναμης F=2Ν, ο αγωγός έχει σταθερή ταχύτητα υ=4m/s.



i) Να υπολογιστεί η ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στο κύκλωμα, καθώς και η αντίσταση του αγωγού ΚΛ, αν το αμπερόμετρο δείχνει ένδειξη Ι=1Α.

ii) Να αποδειχθεί ότι αναπτύσσεται δύναμη τριβής μεταξύ του αγωγού ΚΛ και των δύο οδηγών Αx και Αy και να υπολογιστεί το μέτρο της.

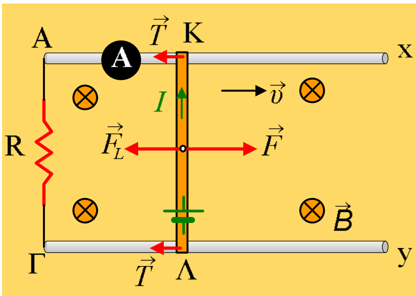
iii) Σε μια στιγμή $t_0=0$, σταματά να ασκείται η δύναμη F, με αποτέλεσμα μετά από λίγο, τη στιγμή t_1, το αμπερόμετρο να δείχνει ένδειξη $I_1=0{,}75A$. Για τη στιγμή t_1 να υπολογιστούν:

α) Ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα στους αντιστάτες, καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα στις επαφές, λόγω τριβών.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου ΚΛ.

Απάντηση:

i) Καθώς κινείται ο αγωγός ΚΛ, μεταβάλλεται το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΚΛΓ, οπότε μεταβάλλεται η μαγνητική ροή με αποτέλεσμα να εμφανίζεται ΗΕΔ από επαγωγή. Θεωρώντας την κάθετη στο πλαίσιο να έχει την ίδια κατεύθυνση με την ένταση του πεδίου, έχουμε για την απόλυτη τιμή της ΗΕΔ:



$$|\mathcal{E}| = \mathcal{E} = \left|-\frac{d\Phi}{dt}\right| = \frac{B\ell dx}{dt} = B\ell\upsilon$$

$$\mathcal{E}=B\ell\upsilon=1\cdot 1\cdot 4V=4V$$

Αλλά τότε από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα, παίρνουμε:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \quad (1)$$

Όπου r η αντίσταση του αγωγού ΚΛ. Λύνοντας ως προς r παίρνουμε:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \rightarrow I(R+r) = \mathcal{E} \rightarrow$$

$$r = \frac{\mathcal{E}}{I} - R = \frac{4}{1}\Omega - 3\Omega = 1\Omega$$

ii) Η παραπάνω ΗΕΔ από επαγωγή έχει τέτοια πολικότητα (έχει σημειωθεί στο σχήμα) που να δημιουργεί ρεύμα με φορά από το ΛΚ, αφού τότε η ασκούμενη δύναμη Laplace θα έχει κατεύθυνση αντίθετη από την ασκούμενη δύναμη F, τείνοντας να αντισταθεί στην κίνηση του αγωγού ΚΛ. Για το μέτρο της έχουμε:

$$F_L=B\cdot I\cdot \ell=1\cdot 1\cdot 1N=1N$$

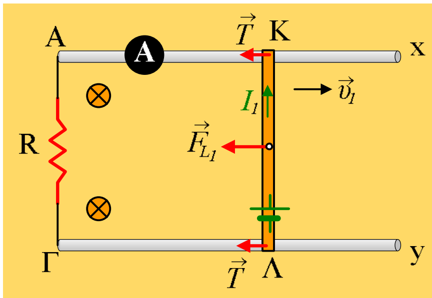
Αλλά ο αγωγός κινείται με σταθερή ταχύτητα, οπότε αφού F=2N, θα πρέπει να ασκούνται στα σημεία επαφής δυνάμεις τριβής, έτσι ώστε:

$$\Sigma F=0 \rightarrow F\text{-}2T\text{-}F_L=0 \rightarrow$$

$$2T= F\text{-}F_L=2N\text{-}1N=1N$$

Όπου Τ η τριβή σε κάθε επαφή, μέτρου Τ=0,5Ν.

iii) Την στιγμή t_1 ο αγωγός κινείται με ταχύτητα υ_1, όπου μπορούμε να υπολογίσουμε από την εξίσωση (1):



$$I_1=\frac{\mathcal{E}_1}{R+r}=\frac{B\ell\upsilon_1}{\mathrm{R+r}} \rightarrow$$

$$\upsilon_1=\frac{I_1(\mathrm{R+r})}{B\ell}=\frac{0{,}75\cdot(3+1)}{1\cdot 1}m/s=3m/s$$

α) Πάνω στις δυο αντιστάσεις η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική με ρυθμό, ίσο με την αντίστοιχη ισχύ:

$$P_{\mathrm{R}}=I_1^2\mathrm{R}=0{,}75^2\cdot 3\mathrm{W}=\frac{27}{16}W\approx 1{,}69W$$

και

$$P_r=I_1^2 r=0{,}75^2\cdot 1\mathrm{W}=\frac{9}{16}W\approx 0{,}56W$$

Ενώ συνολικά στις δύο επαφές της ράβδου, η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική, με ρυθμό:

$$\frac{dQ_\theta}{dt}=|P_{T\omicron\lambda}|=2T\cdot\upsilon_1=1N\cdot 3m/s=3J/s$$

β) Με την βοήθεια του Θ.Μ.Κ.Ε. παίρνουμε:

$$\frac{dK}{dt}=\frac{dW_{\Sigma F}}{dt}=|2T+F_L|\cdot|\upsilon_1|\cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ=-|2T+F_L|\cdot|\upsilon_1|$$

Όπου για το μέτρο της δύναμης Laplace τη στιγμή αυτή, θα έχουμε:

$$F_L=F_{L1}=B\cdot I_1\cdot\ell=1\cdot 0{,}75\cdot 1N=0{,}75N\rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt}=-|2T+F_L|\cdot|\upsilon_1|=-(1+0{,}75)\cdot 3\mathrm{J/s}=-5{,}25J/s$$

Εύκολα μπορεί κάποιος να διαπιστώσει ότι ο αγωγός χάνει κινητική ενέργεια 5,25J/s, ίση με το άθροισμα (1,69+0,56+3)J/s, όπου η ενέργεια αυτή μετατρέπεται σε θερμική, σύμφωνα με το προηγούμενο υποερώτημα.

dmargaris@gmail.com