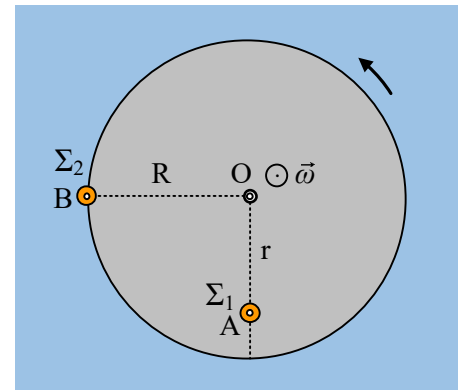


Δυο υλικά σημεία σε ΟΚΚ.

Ένας δίσκος στρέφεται με το επίπεδό του κατακόρυφο, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο του O , με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω , όπως στο σχήμα. Δυο μικρά σημειακά σώματα Σ_1 και Σ_2 , της ίδιας μάζας, έχουν καρφωθεί στα σημεία A και B , όπου το B βρίσκεται στο άκρο μιας ακτίνας R του δίσκου.



i) Να σχεδιαστούν, πάνω στο σχήμα, οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 .

ii) Μεγαλύτερη επιτάχυνση (κατά μέτρο) έχει:

α) Το σώμα Σ_1 , β) Το σώμα Σ_2 , γ) Έχουν επιταχύνσεις του ίδιου μέτρου.

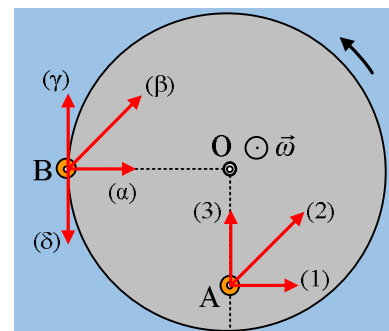
iii) Να σχεδιάσετε επίσης, σε ένα νέο σχήμα, την κεντρομόλο δύναμη που ασκείται σε κάθε σώμα.

iv) Αν τη στιγμή που δείχνει το σχήμα, η ακτίνα R είναι οριζόντια και η r κατακόρυφη:

α) Ποιο από τα διανύσματα (1), (2), (3) παριστάνει την δύναμη F_1 που ασκεί ο δίσκος στο σώμα Σ_1 ;

β) Ποια η αντίστοιχη απάντηση για το διάνυσμα που παριστάνει την δύναμη F_2 που ασκεί στο σώμα Σ_2 ο δίσκος;

v) Αν $\omega^2 = g/R$, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας και R η ακτίνα του δίσκου, να αποδείξετε ότι η δύναμη F_2 σχηματίζει γωνία 45° με την κατακόρυφη διεύθυνση.



Απάντηση:

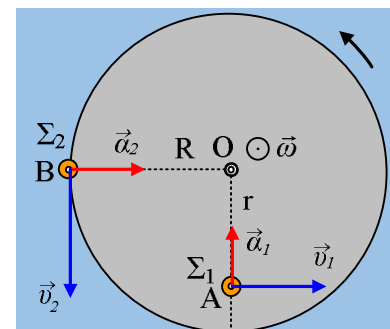
i) Η ταχύτητα κάθε υλικού σημείου, είναι εφαπτόμενη στην κυκλική τροχιά που διαγράφει, ενώ η αντίστοιχη κεντρομόλος επιτάχυνση βρίσκεται σε κάθετη διεύθυνση, με φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Με βάση αυτό ο σχεδιασμός είναι όπως στο διπλανό σχήμα.

ii) Με βάση το σχήμα το σώμα Σ_1 κινείται σε κυκλική τροχιά μικρότερης ακτίνας ($r > R$), αλλά για την κεντρομόλο επιτάχυνση έχουμε:

$$a_k = \frac{v^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι ανάλογη της ακτίνας περιστροφής, για σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Αλλά τότε το υλικό σημείο Σ_2 που στρέφεται σε κυκλική τροχιά μεγαλύτερης ακτίνας θα έχει και μεγαλύτερη κεντρομόλο επιτάχυνση. Σωστό το β).

iii) Με βάση τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής:



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα υλικό σημείο, εδώ η κεντρομόλος δύναμη, έχει την κατεύθυνση της επιτάχυνσης, με αποτέλεσμα οι ασκούμενες δυνάμεις να έχουν τις κατευθύνσεις, όπως στο σχήμα.

iv) Η κεντρομόλος δύναμη σε κάθε υλικό σημείο, δεν είναι κάποια ακόμη «νέα» δύναμη, αλλά η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε κάθε σώμα.

α) Αν πάρουμε το σώμα Σ₁, αυτό δέχεται δύο δυνάμεις, το βάρος και μια δύναμη F₁ από το δίσκο, η συνισταμένη των οποίων πρέπει να δίνει την δύναμη F_{κ1} του προηγούμενου ερωτήματος.

Ισχύει δηλαδή:

$$\vec{F}_{κ1} = \vec{F}_1 + \vec{w}$$

Αλλά αφού τα δύο διανύσματα (w και F_{κ1}) είναι κατακόρυφα, κατακόρυφη θα είναι και η δύναμη F₁ που ασκεί στο σώμα Σ₁ ο δίσκος.

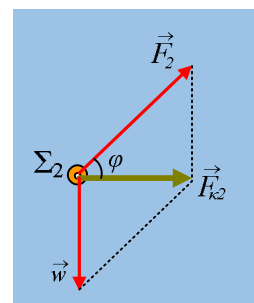
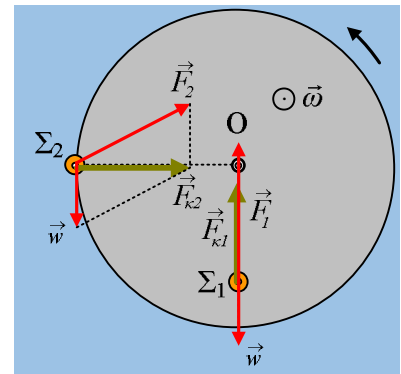
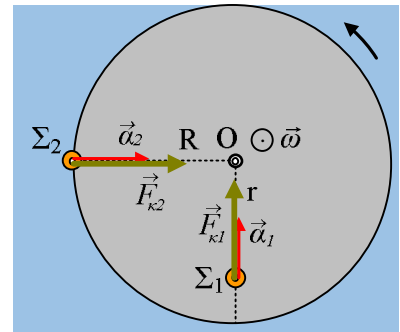
Σωστή απάντηση το διάνυσμα (3).

β) Με την ίδια λογική και για το σώμα Σ₂, θα πρέπει επίσης η συνισταμένη του βάρους και της δύναμης F₂ που ασκεί ο δίσκος στο σώμα, να δίνει την κεντρομόλο δύναμη F_{κ2}. Αλλά τότε η δύναμη από το δίσκο πρέπει να έχει την κατεύθυνση, όπως στο παραπάνω σχήμα και σωστό είναι το διάνυσμα (β).

v) Η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στο υλικό σημείο Σ₂, έχει μέτρο:

$$F_{κ2} = m \cdot a_2 = m \cdot \omega^2 \cdot R = m \cdot \frac{g}{R} \cdot R = mg$$

Αλλά τότε η δύναμη που δέχεται το Σ₂ από το δίσκο F₂, σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ=45° (βλέπε σχήμα) αφού το σχηματιζόμενο τρίγωνο (μισό παραλληλόγραμμο) είναι ορθογώνιο και ισοσκελές. Συνεπώς και η γωνία που σχηματίζει με την κατακόρυφη διεύθυνση, θα είναι επίσης ίση με 45°.



dmargaris@gmail.com