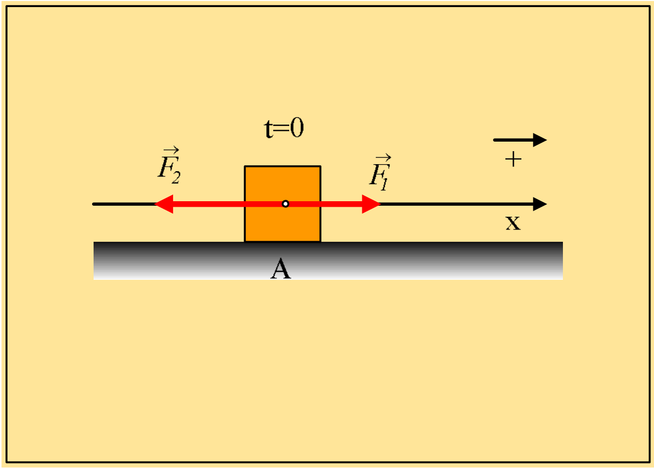
Όταν το σώμα επιστρέφει…

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται ένα σώμα, μάζας m=4kg, σε ευθεία τροχιά, η οποία ταυτίζεται με έναν προσανατολισμένο άξονα x΄x, με την επίδραση δύο οριζόντιων δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ όπως στο σχήμα, με μέτρα 4Ν και 6Ν αντίστοιχα.



i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος.

ii) Αν κάποια στιγμή που θεωρούμε ως αρχή μέτρησης των χρόνων (t_0=0), το σώμα περνάει από ένα σημείο Α, στη θέση x_0=50m, να βρεθεί η θέση και η ταχύτητα του σώματος την χρονική στιγμή t_1=16s, όταν:

α) Τη στιγμή t_0=0 έχει ταχύτητα μέτρου 4m/s, με φορά προς τα δεξιά.

β) Τη στιγμή t_0=0 έχει ταχύτητα μέτρου 4m/s, με φορά προς τα αριστερά.

iii) Να βρεθεί η μέγιστη απόσταση από το Α που θα βρεθεί το σώμα, στο χρονικό διάστημα 0-t_1, στις δύο παραπάνω περιπτώσεις.

Απάντηση:

i) Εφαρμόζουμε το 2ο νόμο του Νεύτωνα, δουλεύοντας με αλγεβρικές τιμές των μεγεθών (η προς τα δεξιά κατεύθυνση ορίστηκε ως θετική στο σχήμα):

$$\Sigma F = m\cdot\alpha \;\rightarrow F_1 + F_2 = m\cdot\alpha \rightarrow$$

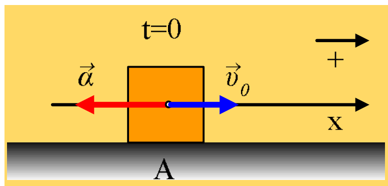
$$\alpha = \frac{F_1 + F_2}{m} = \frac{4N + (-6N)}{4kg} = -0{,}5\; m/s^2$$

Το πρόσημο (-) της επιτάχυνσης μας δίνει την κατεύθυνσή της, λέγοντάς μας ότι το διάνυσμά της κατευθύνεται προς την αρνητική κατεύθυνση (προς τα αριστερά).

ii) Αφού το σώμα κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση, η κίνησή του είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη για την οποία ισχύουν οι εξισώσεις:

$$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha\cdot t \quad (1) \quad \text{και} \quad \Delta x = \upsilon_0\cdot t + ½\,\alpha\cdot t^2 \quad (2)$$

α) Στην περίπτωση που το σώμα κινείται προς τα δεξιά έχοντας αρχική ταχύτητα υ_0=+4m/s, τότε με αντικατάσταση στις παραπάνω εξισώσεις (1) και (2) $t=t_1$=16s, βρίσκουμε:

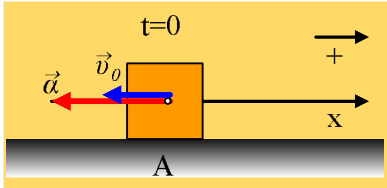


$$\upsilon_\alpha = \upsilon_0 + \alpha\cdot t_1 = 4m/s + (-0{,}5)\cdot 16m/s = -4m/s$$

$$\Delta x = \upsilon_0\cdot t_1 + ½\,\alpha\cdot t_1^2 = (4\cdot 16 + ½\,(-0{,}5)\cdot 16^2)m = 0$$

Αλλά μηδενική μετατόπιση σημαίνει ότι το σώμα βρίσκεται ξανά στη θέση Α, κινούμενο προς τα αριστερά (υ=-4m/s), με ταχύτητα ίσου μέτρου με την αρχική, αλλά με αντίθετη φορά.

β) Στην περίπτωση που το σώμα κινείται προς τα αριστερά έχοντας αρχική ταχύτητα $υ_0$=- 4m/s, τότε με αντικατάσταση στις παραπάνω εξισώσεις (1) και (2) t=t_1=16s, βρίσκουμε:

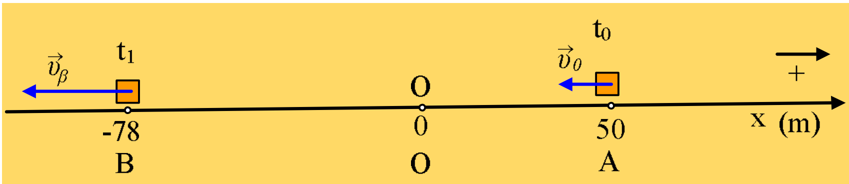


$$υ_β=υ_0+α\cdot t_1=-4m/s+(-0,5)\cdot 16m/s = -12\ m/s$$

$$Δx_β = υ_0\cdot t_1 + ½\ α\cdot t_1^2 =(-4\cdot 16+ ½\ (-0,5)\cdot 16^2)m=-128m$$

Όμως $Δx_β= x_τ- x_0 \rightarrow x_τ=x_0+Δx_β= +50m + (-128m) = -78m.$

Στο παρακάτω σχήμα βλέπετε σχηματικά την κατάσταση που έχουμε..

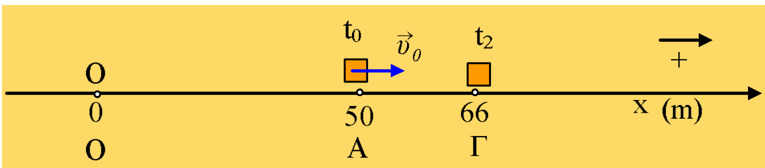


iii) Στην δεύτερη περίπτωση που το σώμα κινήθηκε προς τα αριστερά, προφανώς συνεχώς απομακρύνεται από την αρχική του θέση Α, συνεπώς η μέγιστη απόσταση είναι η τελική απόστασή του (ΑΒ)=128m. Στην πρώτη περίπτωση το σώμα αρχικά κινείται προς τα δεξιά, με ταχύτητα το μέτρο της οποίας μειώνεται (επιβραδυνόμενη κίνηση), μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του, σε κάποια θέση Γ. Στη συνέχεια θα επιταχυνθεί προς τα αριστερά και θα επιστρέψει στη θέση Α. Αλλά τότε η απόσταση θα γίνει μέγιστη την στιγμή μηδενισμού της ταχύτητας, στο σημείο Γ. Αλλά τότε θέτοντας υ=0 στην (1) βρίσκουμε:

$$υ= υ_0 + α\cdot t \rightarrow 0 = 4+(-0,5)\cdot t_2 \rightarrow t_2= 8s$$

οπότε με αντικατάσταση ξανά στην (2) παίρνουμε:

$$Δx = υ_0\cdot t + ½\ α\cdot t^2 = 4\cdot 8m + ½\ (-0,5)\cdot 8^2m=+16m$$



Συνεπώς η μέγιστη απόσταση είναι ίση:

$$D_{max}=(ΑΓ) = 16m$$

dmargaris@gmail.com