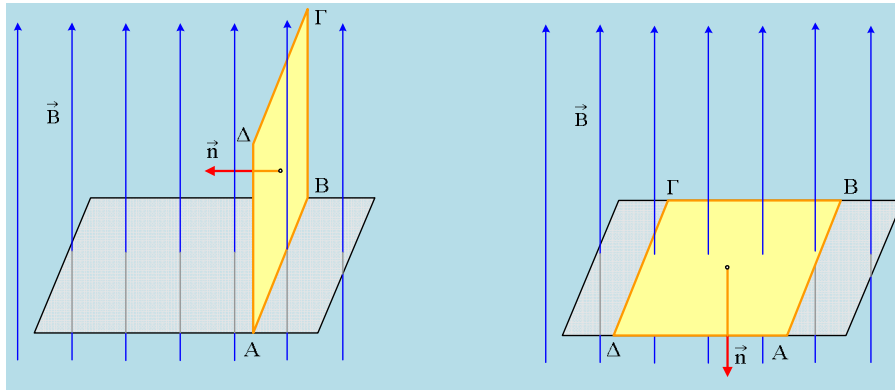


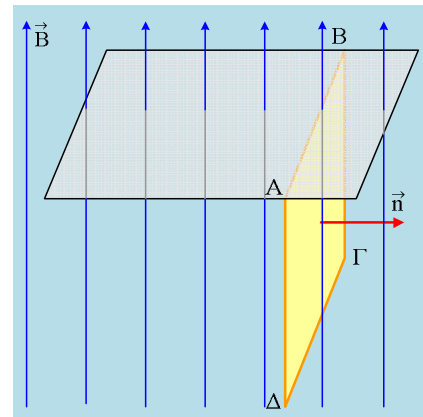
Μια περιστροφή πλαισίου σε μαγνητικό πεδίο.

Ένα μεταλλικό ορθογώνιο πλαίσιο ΑΒΓΔ εμβαδού $A=0,4\text{m}^2$ και αντίστασης $R=0,2\Omega$, βρίσκεται μέσα σε ένα κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=0,5\text{T}$, με το επίπεδό του κατακόρυφο, όπως φαίνεται στο πρώτο σχήμα, όπου έχει σχεδιαστεί και η κάθετος στο πλαίσιο.



i) Στρέφουμε το πλαίσιο, γύρω από την πλευρά του ΑΒ, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Αν σε χρόνο $t_1=\pi/4$ s το πλαίσιο γίνεται οριζόντιο, όπως στο δεύτερο σχήμα, να υπολογιστεί η μέση ηλεκτρεγερτική δύναμη που αναπτύσσεται στο πλαίσιο στο παραπάνω χρονικό διάστημα και η αντίστοιχη μέση τιμή της έντασης του ρεύματος, που διαρρέει το πλαίσιο.

ii) Συνεχίζουμε την περιστροφή, για άλλες 90° , μέχρι να ξαναγίνει το πλαίσιο κατακόρυφο, ερχόμενο στη θέση που δείχνει το διπλανό σχήμα. Για την παραπάνω μετακίνηση να βρείτε ξανά την μέση ηλεκτρεγερτική δύναμη που θα αναπτυχθεί στο πλαίσιο, καθώς και την αντίστοιχη μέση ένταση του ρεύματος.



iii) Αν μιλούσαμε για την μέση ΗΕΔ και την μέση ένταση το ρεύματος στο χρονικό διάστημα $0-2t_1$, ποια απάντηση θα παίρναμε; Να ερμηνεύσετε το αποτέλεσμα.

iv) Ας μελετήσουμε τώρα τι συμβαίνει με τις αντίστοιχες στιγμιαίες τιμές κατά την περιστροφή του πλαισίου από $0-\pi/2$ s. Να βρεθούν για το διάστημα αυτό οι συναρτήσεις και να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις:

α) της μαγνητικής ροής που περνά από το πλαίσιο,

β) της ηλεκτρεγερτικής δύναμης που αναπτύσσεται στο πλαίσιο και

γ) της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο.

σε συνάρτηση με το χρόνο.

v) Σε ποια θέση, η πλευρά ΓΔ του πλαισίου δέχεται μεγαλύτερη δύναμη από το μαγνητικό πεδίο, στην αρχική κατακόρυφη θέση ή στην οριζόντια θέση του πλαισίου;

Απάντηση:

i) Από το νόμο της επαγωγής παίρνουμε για τη μέση ΗΕΔ λόγω επαγωγής που αναπτύσσεται στο πλαίσιο:

$$E_1 = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_1 - \Phi_0}{t_1} = -\frac{BA\sigma\eta\nu 180^\circ - BA\sigma\eta\nu 90^\circ}{t_1} = \frac{BA}{t_1}$$

$$E_1 = \frac{BA}{t_1} = \frac{0,5 \cdot 0,4}{\pi/4} V \approx 0,25V$$

Και από τον νόμο του Ohm:

$$I_1 = \frac{E_1}{R} = \frac{0,25}{0,2} A = 0,125A$$

ii) Με τον ίδιο τρόπο, λαμβάνοντας υπόψη ότι θα χρειαστεί το ίδιο χρονικό διάστημα για την περιστροφή, αφού στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, παίρνουμε:

$$E_2 = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t_1} = -\frac{BA\sigma\eta\nu 270^\circ - BA\sigma\eta\nu 180^\circ}{t_1} = -\frac{BA}{t_1}$$

$$E_2 = -\frac{BA}{t_1} = -\frac{0,5 \cdot 0,4}{\pi/4} V \approx -0,25V$$

Και από τον νόμο του Ohm:

$$I_2 = \frac{E_2}{R} = \frac{-0,25}{0,2} A = -0,125A$$

iii) Για την περιστροφή κατά 180° σε χρόνο $2t_1$, παίρνουμε:

$$E_{1,2} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_2 - \Phi_0}{2t_1} = -\frac{BA\sigma\eta\nu 270^\circ - BA\sigma\eta\nu 90^\circ}{t_1} = 0$$

Και από τον νόμο του Ohm:

$$I_{1,2} = \frac{E_{1,2}}{R} = 0$$

Το αποτέλεσμα δεν μας λέει ότι δεν εμφανίστηκε ΗΕΔ από επαγωγή ή ότι το κύκλωμα δεν διαρρέεται από ρεύμα κατά την παραπάνω περιστροφή. Απλά η μέση τιμή είναι μηδενική. Έτσι αν σκεφτούμε την ένταση του ρεύματος, σημαίνει ότι από μια διατομή του σύρματος, το συνολικό φορτίο που πέρασε είναι μηδενικό ή αλλιώς, όσο φορτίο μετακινήθηκε προς τη μία κατεύθυνση, μετακινήθηκε στη συνέχεια, προς την αντίθετη.

iv) Κατά την περιστροφή ενός πλαισίου μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο, σύμφωνα με τη θεωρία μας η ροή δίνεται από τη μαθηματική εξίσωση $\Phi = BA \cdot \sigma\eta\nu(\omega t)$. Η εξίσωση όμως αυτή προέκυψε με δεδομένες αρχικές συνθήκες. Και η συνθήκες αυτές ήταν τη στιγμή $t=0$, η φάση $\varphi = \omega t$ να είναι μηδενική ή ισοδύναμα τη στιγμή $t=0$ η κάθετη στο πλαίσιο να έχει τη φορά των δυναμικών γραμμών. Στην περίπτωση μας όμως, τη στιγμή $t=0$, η κάθετη στο πλαίσιο σχηματίζει γωνία $\varphi_0 = \pi/2$ με τις δυναμικές γραμμές, συνεπώς τη στιγμή αυτή η μαγνητική ροή είναι μηδενική. Έτσι η εξίσωση της μαγνητικής ροής παίρνει τη μορφή:

$$\Phi = BA \cdot \sigma\eta\nu(\omega t + \pi/2)$$

Όπου η παρένθεση $\varphi = \omega t + \pi/2$ ονομάζεται φάση της ροής ενώ η ποσότητα $\pi/2$, αρχική φάση της ροής.

α) Το χρονικό διάστημα t_1 για την περιστροφή του πλαισίου κατά 90° , δεν είναι τίποτε άλλο, παρά ο χρόνος που αντιστοιχεί στο $\frac{1}{4}$ της περιόδου. Αλλά τότε για τη γωνιακή συχνότητα έχουμε:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4t_1} = \frac{2\pi}{4 \cdot \pi/4} = 2 \text{ rad/s}$$

Έτσι η συνάρτηση (η εξίσωση) της ροής γίνεται:

$$\Phi = BA \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = 0,5 \cdot 0,4 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(2t + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow$$

$$\Phi = 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(2t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{S.I.})$$

β) Η στιγμιαία ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο, που τώρα θα την ονομάζουμε στιγμιαία τάση στο πλαίσιο, θα υπακούει στην εξίσωση:

$$v = \omega BA \cdot \eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = 2 \cdot 0,5 \cdot 0,4 \cdot \eta\mu\left(2t + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow$$

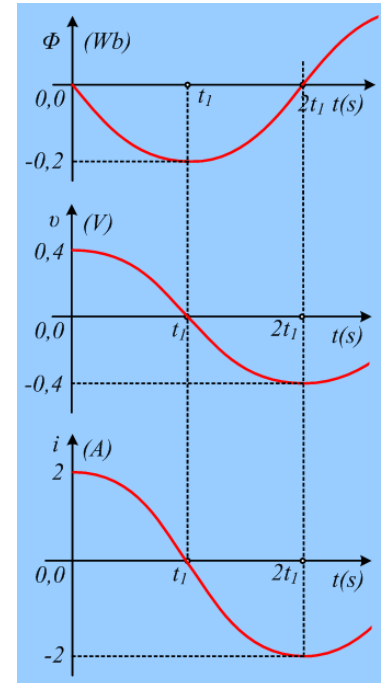
$$v = 0,4 \cdot \eta\mu\left(2t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{S.I.})$$

γ) Από τον νόμο του Ohm παίρνουμε:

$$i = \frac{v}{R} = \frac{0,4 \cdot \eta\mu\left(2t + \frac{\pi}{2}\right)}{0,2} = 2 \cdot \eta\mu\left(2t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{S.I.})$$

Οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις, των τριών παραπάνω συναρτήσεων φαίνονται στο διπλανό σχήμα.

ν) Κοιτάζοντας τη γραφική παράσταση $i=f(t)$ βλέπουμε ότι τη στιγμή $t=0$ το πλαίσιο διαρρέεται από ρεύμα μέγιστης έντασης 2 A, ενώ τη στιγμή t_1 που (το πλαίσιο) γίνεται οριζόντιο, η ένταση μηδενίζεται, οπότε προφανώς καμιά πλευρά δεν δέχεται δύναμη Laplace από το μαγνητικό πεδίο. Άρα μεγαλύτερη δύναμη η πλευρά ΓΔ δέχεται στην αρχική της θέση.



Σχόλια

- 1) Αν θέλουμε !!! μπορούμε και να βρούμε τη δύναμη που δέχεται η πλευρά ΓΔ, η οποία έχει μέτρο $F=BI \cdot \ell$ (αν μας δίνεται το μήκος της πλευράς...) και είναι οριζόντια, αντίθετης κατεύθυνσης από την κάθετη στο πλαίσιο, για να ισχύει ο κανόνας του Lenz...
- 2) Τις εξισώσεις $\Phi=\Phi(t)$, $v=v(t)$ και $i=i(t)$ θα μπορούσαμε να τις φέρουμε σε πιο απλές μορφές, λαμβάνοντας υπόψη ότι $\sigma\upsilon\nu(\omega t + \pi/2) = -\eta\mu(\omega t)$ και $\eta\mu(\omega t + \pi/2) = \sigma\upsilon\nu(\omega t)$. Δεν το κάναμε, αφού δεν θέλαμε να επικεντρωθεί στην τριγωνομετρία το ενδιαφέρον των μαθητών...

dmargaris@gmail.com