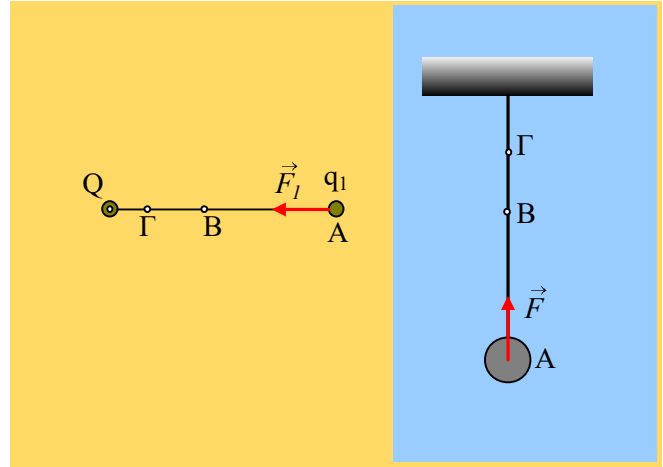


## Έργα και δυναμικές ενέργειες

1) Μια σφαίρα κρέμεται στο άκρο νήματος, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή ασκείται πάνω της μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη μέτρου  $F=4\text{N}$  και την επιταχύνει μέχρι να φτάσει στη θέση B, όπου  $(AB)=0,5\text{m}$ , όπου η δύναμη καταργείται.



i) Πόση είναι η δυναμική ενέργεια της σφαίρας στη θέση A;

ii) Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στη σφαίρα, μέσω του έργου της δύναμης F;

iii) Η κινητική ενέργεια της σφαίρας στη θέση B είναι:

$$\alpha) K_B < 2\text{J}, \quad \beta) K_B = 2\text{J}, \quad \gamma) K_B > 2\text{J}$$

iv) Αν η σφαίρα σταματά την άνοδό της στη θέση Γ, να βρεθεί η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας της σφαίρας μεταξύ των θέσεων A και Γ.

v) Αν η σφαίρα έχει μάζα  $1\text{kg}$ , να υπολογιστεί η ταχύτητα της σφαίρας τη στιγμή που επιστρέφει στην αρχική της θέση A (πριν τεντωθεί το νήμα...)

2) Σε λείο μονωτικό οριζόντιο επίπεδο έχει στερεωθεί ακλόνητα ένα σημειακό φορτίο Q. Μια μικρή φορτισμένη σφαίρα συνδέεται με το φορτίο Q με αβαρές και μονωτικό νήμα, ενώ φέρει φορτίο  $q_1$ . Σε μια στιγμή ασκείται πάνω της μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F_1=2\text{N}$ , η οποία την επιταχύνει μέχρι να φτάσει στη θέση B, όπου  $(AB)=0,2\text{m}$ , όπου η δύναμη καταργείται.

i) Πόση είναι η δυναμική ηλεκτρική ενέργεια της φορτισμένης σφαίρας στη θέση A;

ii) Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στη σφαίρα, μέσω του έργου της δύναμης F;

iii) Η κινητική ενέργεια της σφαίρας στη θέση B είναι:

$$\alpha) K_B < 0,4\text{J}, \quad \beta) K_B = 0,4\text{J}, \quad \gamma) K_B > 0,4\text{J}$$

iv) Αν η σφαίρα σταματά την κίνησή της στη θέση Γ, να βρεθεί η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας της σφαίρας μεταξύ των θέσεων A και Γ.

v) Αν η σφαίρα έχει μάζα  $0,2\text{kg}$ , να υπολογιστεί η ταχύτητά της, τη στιγμή που επιστρέφει στην αρχική της θέση A (πριν τεντωθεί το νήμα...).

### Απάντηση:

1) Η σφαίρα στη θέση A έχει κάποια δυναμική ενέργεια, αφού δέχεται το βάρος, από τη Γη.

i) Πόση είναι η δυναμική ενέργεια της σφαίρας, δεν ξέρουμε, αφού δεν έχουμε ορίσει το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας. Στην πιο απλή εκδοχή, δεν ξέρουμε πόσο ψηλά είναι η σφαίρα, σε σχέση

με την επιφάνεια της Γης.

- ii) Η ενέργεια που μεταφέρεται στη σφαίρα, από εμάς που ασκούμε την δύναμη  $F$ , είναι ίση με το έργο της δύναμης:

$$W = F \cdot \Delta y \cdot \sin \theta = F \cdot \Delta y = 4 \cdot 0,5 J = 2 J$$

- iii) Σωστή απάντηση είναι η α). Μεταφέρθηκε ενέργεια στη σφαίρα ίση με 2J, αλλά ένα μέρος της ενέργειας αυτής έχει αποθηκευτεί ως δυναμική ενέργεια (η σφαίρα έχει ανέβει ψηλότερα) και το υπόλοιπο είναι κινητική ενέργεια.

- iv) Τη στιγμή που η σφαίρα σταματά την άνοδό της στη θέση Γ, η κινητική ενέργεια μηδενίζεται, οπότε όλη η ενέργεια που της δόθηκε, έχει προκαλέσει αύξηση της δυναμικής ενέργειας. Δηλαδή για την μεταβολή της δυναμικής ενέργειας της σφαίρας (στην πραγματικότητα του συστήματος Γη-σφαίρα) ισχύει:

$$\Delta U = U_{\Gamma} - U_A = 2 J$$

- v) Στη συνέχεια η σφαίρα θα κινηθεί προς τα κάτω με την επίδραση μόνο του βάρους, οπότε η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή, οπότε μπορούμε να γράψουμε:

$$K_{\Gamma} + U_{\Gamma} = K_A + U_A \rightarrow 0 + U_{\Gamma} = K_A + U_A \rightarrow$$

$$U_{\Gamma} - U_A = K_A \rightarrow U_{\Gamma} - U_A = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2(U_{\Gamma} - U_A)}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{1}} m/s = 2 m/s$$

- 2) Και εδώ η φορτισμένη σφαίρα με φορτίο  $q_1$ , βρίσκεται μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο του σημειακού φορτίου  $Q$ , συνεπώς έχει δυναμική ηλεκτρική ενέργεια.

- i) Το να υπολογίσουμε τη δυναμική ενέργεια τη σφαίρας, δεν μπορούμε, αφού δεν έχουμε πληροφορίες και δεδομένα.
- ii) Η ενέργεια που μεταφέρεται στη σφαίρα, από εμάς που ασκούμε την δύναμη  $F_1$ , είναι ίση με το έργο της δύναμης:

$$W_1 = F_1 \cdot \Delta x \cdot \sin \theta = F_1 \cdot \Delta x = 2 \cdot 0,2 J = 0,4 J$$

- iii) Καθώς η φορτισμένη σφαίρα επιταχύνεται προς τα αριστερά πλησιάζοντας το φορτίο  $Q$  η δυναμική της ενέργεια αυξάνεται, συνεπώς η κινητική ενέργεια στη θέση Β είναι μικρότερη από 0,4J.

Σωστό το α).

- iv) Τη στιγμή που η σφαίρα σταματά την κίνησή της στη θέση Γ, η κινητική της ενέργεια μηδενίζεται, οπότε όλη η ενέργεια που της δόθηκε, έχει προκαλέσει αύξηση της δυναμικής ενέργειας. Δηλαδή για την μεταβολή της δυναμικής ενέργειας της σφαίρας (στην πραγματικότητα του συστήματος των δύο φορτίων) ισχύει:

$$\Delta U = U_{\Gamma} - U_A = 0,4 J$$

- i) Στη συνέχεια η σφαίρα θα κινηθεί προς τα δεξιά με την επίδραση μόνο της δύναμης Coulomb

(ηλεκτροστατική, συντηρητική δύναμη), οπότε η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή, οπότε μπορούμε να γράψουμε:

$$K_{\Gamma} + U_{\Gamma} = K_A + U_A \rightarrow 0 + U_{\Gamma} = K_A + U_A \rightarrow$$

$$U_{\Gamma} - U_A = K_A \rightarrow U_{\Gamma} - U_A = \frac{1}{2} m v_1^2 \rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(U_{\Gamma} - U_A)}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,4}{0,2}} \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$$

### **Σχόλιο:**

Παραπάνω δεν αναφέρθηκε τίποτα για το πρόσημο των φορτίων, αφού δεν μας ενδιέφερε. Για να παραμένουν αρχικά τα δυο φορτία σε ορισμένη απόσταση με τεντωμένο το νήμα (αλλά και για να επιστρέφει ξανά η σφαίρα στη θέση Α), τα δυο φορτία είναι ομώνυμα (ομόσημα) και απωθούνται. Από κει και πέρα τα αποτελέσματα είναι τα ίδια, είτε πρόκειται για δυο θετικά είτε για δυο αρνητικά φορτία.

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)